Untersuchung der Beziehung zwischen der Dispersion der Doppelbrechung und den Interferenzfarben an Apophylliten im polarisierten Licht.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

GENEHMIGT

VON DER PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

FRIEDRICH - WILHELMS - UNIVERSITÄT
ZU BERLIN.

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

Von

Alfred Wenzel
aus Brandenburg a. H.

Tag der Promotion: 7. Juli 1916.

Referenten: Herr Geh. Bergrat Prof. Dr. **Liebisch.**
Herr Geh. Regierungsrat Prof. Dr. **Rubens.**

Mit Genehmigung der hohen Fakultät kommt hier die Arbeit ohne Figuren und Tafeln zum Abdruck. Die vollständige Arbeit wird im „Neuen Jahrbuch für Mineralogie etc." erscheinen.

Berlin 1916.
Buchdruckerei Arthur Scholem, Berlin SW 19
Beuthstraße 6.

Meinen lieben Eltern

in Dankbarkeit gewidmet!

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546511_0046

Einleitung.

(Tab. 1 u. 2.)

Die Interferenzfarben, die an optisch inaktiven, einachsigen, durchsichtigen Kristallen im polarisierten Licht auftreten, unterscheiden sich bei der Mehrzahl der hierher gehörigen Mineralien infolge der geringen Dispersion der Doppelbrechung nur sehr wenig von den Newtonschen Farben. Dagegen zeigen Kristalle, in denen sich die Doppelbrechung beträchtlich mit der Wellenlänge des Lichts ändert, wesentliche Abweichungen. Besonders auffällig sind diese bei den Interferenzfarben, die an Apophylliten beobachtet werden. Aehnliche Farbenfolgen treten z. B. an Vesuvianen und an Mischkristallen von Strontium- und Bleidithionat auf.

1. Die Beziehungen zwischen dem Charakter der Doppelbrechung und den Interferenzfarben wurden an Apophylliten von C. Klein[1]) untersucht. Senkrecht zur optischen Achse gespaltene Platten zeigen im konvergenten polarisierten Licht zwischen gekreuzten Nicols eigentümlich gefärbte Ringe. Hiernach unterscheidet C. Klein vier Typen. Die Brucitringe sind abwechselnd hell und dunkel ohne besondere Färbung. Bei den Leukocykliten sind die dunklen Ringe in allen noch sichtbaren Ordnungen innen blau-violett, außen blaßolivgrün gefärbt. Lebhaft, innen blau und außen rot, sind die Farben der Andreasberger Ringe, deren Grundfarben sich mit wachsender Ordnung mischen. Alle übrigen Apophyllite, bei denen das Feld um die Mitte des Achsenkreuzes gefärbt ist, bieten Chromocyklitfarben dar.

---

[1]) C. Klein: N. Jahrb. f. Min. etc. 1892. II. 165.

Die qualitativen Beziehungen der einzelnen Typen zum Charakter der Doppelbrechung sind folgende (Tab. 1):

Tab. 1: Beziehungen zwischen dem Charakter der Doppelbrechung und den Interferenzfarben an Apophyllitplatten im konvergenten polarisierten Licht nach C. Klein.

Interferenzfarbe des Mittelfeldes	Charakter der Doppelbrechung für				Bezeichnung der Farbenfolge
	Rot	Gelb	Grün	Blau	
Weiß	+	+	+	+	Leukocyklit-Farben
Gelb	+	+	+	+	Andreasberger Farben
Orange	+	+	+	O	Chromocyklit-Farben
Rot bis Violett	+	+	O	—	
Indigo bis Blau	+	O	—	—	
Blau	O	—	—	—	
Blau mit grünem Ring	—	—	—	—	

2. Die Beziehungen zwischen der Dispersion der Doppelbrechung und den Interferenzfarben im parallelstrahligen Licht zwischen gekreuzten Nicols untersuchte C. Hlawatsch an Vesuviankeilen[2]). Mit Hilfe des Babinetschen Kompensators und eines Spektroskopokulars bestimmte er die Lage der dunklen Linien im Spektrum des aus dem Analysator tretenden Lichtes und berechnete daraus die Doppelbrechung für Lichtarten von den Wellenlängen einiger Fraunhoferscher Linien. Die so gewonnenen Werte der Dispersion der Doppelbrechung brachte er mit den beobachteten Farbenfolgen in Zusammenhang.

Beobachtet man die in einer keilförmigen Luftschicht auftretenden Newtonschen Farben mit

[2]) C. Hlawatsch: Min. petr. Mitt. 21. 107. 1902.

einem Spektroskop, dessen Spalt senkrecht zur Keilkante steht, so sieht man im Spektrum dunkle Kurven, die sogenannten Müllerschen Linien, an den Stellen, wo die doppelte Keildicke 2 d ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge λ ist,

$$2d = p \cdot \lambda, \quad (p = 1, 2, 3, \ldots).$$

Nach dieser Relation hat J. Müller[3]) und später E. Mach[4]) berechnet, welche Keildicken erforderlich sind, damit die Lichtarten von den Wellenlängen λ ausgelöscht werden. Die so erhaltenen Werte liefern in einem Koordinatensystem, in dem horizontal die Keildicken d und vertikal die Wellenlängen λ eingetragen sind, als Kurven gleichen Gangunterschiedes $\Gamma = p \cdot \lambda$ (p=1, 2, 3...) gerade Linien, die gegen die Achsen geneigt verlaufen.

In einem Keil aus einem einachsigen inaktiven Kristall, an dem eine Fläche parallel zur optischen Achse liegt, tritt ein Gangunterschied zwischen der außerordentlichen und der ordentlichen Welle auf:

1) $$\Gamma = d\,(\varepsilon - \omega) = p \cdot \lambda,$$

worin ε, ω die Hauptbrechungsindizes des Kristalls für einfarbiges Licht von der Wellenlänge λ in Luft sind und d die variable Keildicke ist. Ist p eine ganze Zahl, so ist im parallelstrahligen polarisierten Licht zwischen gekreuzten Nicols die Helligkeit Null. Bei der Beleuchtung mit weißem Licht fehlen in dem Spektrum des aus dem Analysator tretenden Lichtes demnach die Lichtarten von den Wellenlängen λ an den Stellen, wo

1a) $$d = \frac{p \cdot \lambda}{\varepsilon - \omega}, \quad (p = 1, 2, 3 \ldots).$$

Die Gestalt der Kurven gleichen Gangunterschiedes im Beugungsspektrum hängt hiernach von der Dispersion der Doppelbrechung ab. Bleibt die Stärke der Doppelbrechung ε—ω im ganzen sichtbaren Bereich nahezu konstant, z. B. im Quarz, so ist Γ wie in der keilförmigen

---

[3]) J. Müller, Pogg. Ann. **69.** 98. 1845. **71.** 91. 1847.

[4]) E. Mach: Optisch-akustische Versuche: Die spektrale und stroboskopische Untersuchung tönender Körper. Prag 1873.

Luftschicht nur eine Funktion der Dicke d des Keiles. Daher tritt in Quarzkeilen, an denen eine Fläche parallel der optischen Achse ist, nahezu die Newtonsche Farbenfolge auf, und jene Kurven sind auch hier grade Linien. Ist aber eine wesentliche Dispersion der Doppelbrechung vorhanden, so wird der Gangunterschied auch von ihr abhängig und die Kurven gleichen Gangunterschiedes erscheinen gekrümmt.

Unter diesem Gesichtspunkte hat C. Hlawatsch die Interferenzfarben von Vesuviankeilen, die durch starke Dispersion der Doppelbrechung $\varepsilon - \omega$ ausgezeichnet sind, spektralanalytisch untersucht und die Ergebnisse in einem Beugungsspektrum so dargestellt, daß die Keildicke d horizontal und die Wellenlängen λ vertikal eingetragen sind. Die dunklen Kurven gleichen Gangunterschiedes im Spektrum der Leukocyklitfarben in einem Kristall vom Vesuv (Taf. II, Fig. 4) sind schwach gekrümmt und haben für $\lambda = 525$ $\mu\mu$ ein Minimum in bezug auf die λ-Achse. Stärker gegen beide Achsen konvex gekrümmt sind die Kurven im Spektrum der Andreasberger Farben in einem Vesuvian von Ala (p. 126, Fig. 6). Mit zunehmender Wellenlänge richten sie sich gegen die λ-Achse auf. Im Spektrum der Chromocyklitfarbenfolge in einem Kristall von Poljakowsk (p. 122, Fig. 4) tritt bei $\lambda = 570$ $\mu\mu$ eine dunkle Grade parallel der d-Achse auf, die dem Gangunterschied $\Gamma = 0$ entspricht. Die benachbarten dunklen Linien nähern sich ihr asymptotisch mit zunehmender Keildicke. Gegen die d-Achse nur wenig konkav gekrümmt sind die dunklen Kurven im Spektrum der übernormalen Chromocyklitfarben in einem Vesuvian von Canzocoli (p. 131, Fig. 8).

Wie bei der spektralen Zerlegung der Newtonschen Farben kann man auch bei diesen Diagrammen durch horizontales Verschieben eines vertikal gestellten Lineals feststellen, welche Lichtarten in den Interferenzerscheinungen mit wachsender Keildicke auftreten oder verschwinden, und dadurch annähernd die Farbenfolge bestimmen. So werden z. B. anfänglich in allen Diagrammen nur wenige Linien

geschnitten; ihre Zahl nimmt aber, besonders bei den Chromocyklitfarben, schnell zu. Dem entspricht ein schnelles Verblassen der Interferenzfarben mit zunehmender Keildicke.

C. Hlawatsch fand ferner durch Vergleich der gemessenen Dispersion der Doppelbrechung mit den Interferenzfarben, daß den Leukocyklitfarben eine mit der Wellenlänge zunehmende positive Doppelbrechung entspricht. Eine etwas schwächere Doppelbrechung mit derselben Dispersion wie bei den Leukocykliten ruft die Andreasberger Farbenfolge hervor. Die Chromocyklitfarben sind eine Folge teils positiver, teils negativer Doppelbrechung mit starker Dispersion.

3. Die Beziehung der Dispersion der Doppelbrechung zu den Interferenzfarben, die im konvergenten polarisierten Licht an Apophyllitplatten beobachtet werden, ist quantitativ zuerst von B. Trolle[5]) aber nur an Leukocykliten untersucht worden.

Die charakteristische Eigenschaft der Leukocyklitringe, das Auftreten blasser Färbungen und deren regelmäßige Wiederkehr auch bei Ringen höherer Ordnung, beruht nach B. Trolle darauf, daß die Differenz der Hauptbrechungsindizes ω, ε nahezu proportional der Wellenlänge ist. Sie hat diese Abhängigkeit aus den Winkeldurchmessern $2i$ der Interferenzringe p-ter Ordnung, die im einfarbigen Licht zwischen gekreuzten Nicols auftreten, der Dicke d und dem mittleren Brechungsindex ihrer Platte $n = (2\,\omega + \varepsilon)/3$ bestimmt nach der Formel:

$$2) \qquad \frac{\varepsilon - \omega}{\lambda} = \frac{p.\, n \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{d \,.\, \sin^2 i}$$

Die Werte von $\varepsilon - \omega$ wachsen stetig mit zunehmenden Wellenlängen. Dagegen erreicht die für die Intensität der Farben in der Interferenzerscheinung maßgebende Größe $(\varepsilon - \omega)/\lambda$ ein Maximum für die Wellenlänge $\lambda = 545\ \mu\mu$.

---

[5]) B. Trolle: Phys. Zeitschr. **7.** 700. 1906.

Aus dem Verlauf der Intensitätskurven, die für die Helligkeit mehrerer Spektralfarben in den Leukocyklitringen berechnet wurden, ist ersichtlich, daß ihre Maxima und Minima nur wenig voneinander abweichen und zwar so, daß auf der Innenseite der dunklen Ringe Blauviolett, auf der Außenseite Gelbgrün als vorherrschende Interferenzfarbe erscheint.

Um eine Interferenzfarbe, d. h. die Gesamtwirkung der Intensitäten aller Spektralfarben an einer bestimmten Stelle der Interferenzerscheinung auf das menschliche Auge zu ermitteln, benutzte B. Trolle die Spektralfarbentabelle von A. König[6]).

Nach A. König und C. Dieterici entsteht im normalen menschlichen Auge der Eindruck einer Spektralfarbe durch Superposition von drei Grundempfindungen, deren Auslösung in wechselnder Intensität und variablem Verhältnis die Farbenempfindung hervorruft. Unter Grundempfindung ist ein „einfacher Prozeß in der Peripherie des nervus opticus" zu verstehen. Die Grundempfindungen entsprechen den Grundfarben Rot, Grün und Blau. Ihre Intensitäten r, g, b sind Funktionen der Wellenlänge λ der Spektralfarbe. König und Dieterici haben für viele Lichtarten des Spektrums von Sonnenlicht, das sie als rein weißes Licht annahmen, die Werte von r, g, b für ihre Augen festgestellt. Dabei wurde die Einheit der Grundempfindungen so gewählt, daß die Beziehung besteht:

$$\int r d\lambda = \int g d\lambda = \int b d\lambda,$$

d. h. daß im Sonnenlicht die Mengen der Grundfarben Rot, Grün und Blau einander gleich sind. B. Trolle hat dann diese Werte so umgerechnet (Tab. 2), daß sie der Bedingung genügen:

$$\int r d\lambda = \int b d\lambda = \int g d\lambda = 1.$$

---

[6]) A. König: Zeitschr. für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane. 4. 107—214. 1892.

Tab. 2: Intensitäten r, g, b der A. Königschen Grundempfindungen im normalen menschlichen Auge bei der Beobachtung des Sonnenlichtspektrums (nach B. Trolle).

λ in μμ	100 r	100 g	100 b	Quotient	
390	0,00	—	0,53		—
400	0,28	—	2,76		9,86
410	0,61	—	5,49		9,00
420	0,92	0,02	8,75		9,70
430	1,20	0,05	11,60	$\frac{b-g}{r-g} =$	10,41
440	1,42	0,25	13,41		10,52
450	1,42	0,25	13,68		11,50
460	1,26	0,56	13,28		18,23
470	1,00	1,11	11,71		97,40
480	0,83	1,55	8,05	$\frac{b-r}{g-r} =$	10,00
490	0,93	2,00	3,83		2,75
500	1,32	2,78	2,16	$\frac{g-r}{b-r} =$	1,75
510	2,15	4,64	1,54		5,09
520	3,38	7,59	1,12		2,95
530	5,05	9,55	0,78		2,05
540	6,94	10,99	0,52	$\frac{g-b}{r-b} =$	1,63
550	7,90	11,52	0,32		1,48
560	8,28	11,13	0,20		1,35
570	8,39	9,73	0,13		1,16
580	8,28	7,95	0,08		1,04
590	7,96	6,13	0,04		1,30
600	7,42	4,52	0,02		1,66
610	6,59	3,08	—		2,20
620	5,38	1,93	—		2,80
630	4,09	1,23	—	$\frac{r-b}{g-b} =$	3,33
640	2,85	0,72	—		4,00
650	1,84	0,41	—		4,49
660	1,16	0,23	—		5,00
670	0,62	0,11	—		5,64
680	0,29	0,05	—		5,80
690	0,17	0,03	—		5,67
700	0,06	0,02	—		3,00
710	0,04	—	—		—
720	0,02	—	—		—

Sind die Intensitäten r, g, b der drei Grundempfindungen einander gleich, so rufen sie im normalen Auge die Empfindung Weiß hervor, andernfalls sieht man eine Spektralfarbe.

Hiernach kann man ein Farbengemisch von Spektralfarben des Sonnenlichtes erhalten, indem man jede Spektralfarbe in ihre Komponenten r, g, b der Grundempfindungen Rot, Grün, Blau zerlegt, dann die Werte r aller Farben im Gemisch addiert, ebenso alle Werte g und b, und darauf die so erhaltenen Komponenten

$$R = \Sigma r,\ G = \Sigma g,\ B = \Sigma b$$

zusammensetzt. Dies geschieht mit Hilfe des Satzes von A. König, der besagt, „daß man jedes Farbengemisch auffassen kann als bestehend aus weißem Licht (R = G = B) und einer Spektralfarbe oder einer jener Purpurfarben, die den grünen Spektralfarben komplementär sind.“ Stets, sofern nicht einer der drei Werte R, G. B verschwindet, gibt der dreifache Wert der schwächsten Grundempfindung die Menge Weiß an, die der Spektralfarbe beigemischt ist. Diese Spektralfarbe findet man nach B. Trolle aus Tab. 2 auf folgendem Wege: Man sucht zwischen den Größen R, G, B die kleinste auf, z. B. R, bildet die Differenzen B—R und G—R und berechnet den Wert des Quotienten (B—R):(G—R) = a. In Tab. 2 verfährt man ebenso mit den Werten r, g, b und sucht darin den Quotienten a auf. Die ihm entsprechende Wellenlänge gibt die gesuchte Spektralfarbe an, die man zu der oben angegebenen Menge Weiß — in dem gewählten Beispiel = 3 R — addieren muß, um die wirkliche Färbung zu erhalten.

Die Gesamtintensität der Grundempfindungen R, G, B berechnete B. Trolle durch:

$$3) \qquad R = \int I\,r\,d\lambda,\quad G = \int I\,g\,d\lambda,\quad B = \int I\,b\,d\lambda,$$

worin r, g, b aus Tab. 2 zu entnehmen sind und die Intensität I des aus dem Analysator austretenden Lichtes von der Wellenlänge λ gegeben ist durch:

3a) $$I = J_0 \sin^2 \frac{\pi d\ (\varepsilon - \omega)\ \sin^2 i}{n\lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

worin J_0 die Intensität des einfallenden Lichtes gleicher Wellenlänge ist.

Die Intensität des Lichtes von der Wellenlänge λ in der Interferenzerscheinung in einem doppeltbrechenden Kristallkeil, dessen eine Fläche parallel zur optischen Achse liegt, in Diagonalstellung im parallelstrahligen Licht zwischen gekreuzten Nicols ist:

3b) $$I = J_0 \cdot \sin^2 \frac{\pi d\ (\varepsilon - \omega)}{\lambda}.$$

Die so erhaltenen Intensitäten R, G, B der Grundempfindungen für die Grundfarben Rot, Grün und Blau in den Leukocyklitringen sind von B. Trolle in Fig. 3 als Funktion des Tangens des Austrittswinkels i dargestellt.

Die mittels dieser Kurven R, G, B und der Königschen Farbentabelle (Tab. 2) durchgeführte quantitative Bestimmung der resultierenden Farben der Leukocyklitringe hat ergeben, daß die gelbgrüne Farbe für alle noch sichtbaren Interferenzringe ungefähr der Wellenlänge 571 μμ, die blauviolette der Wellenlänge 450 μμ entspricht.

Da diese Farben nahezu komplementär sind, bleibt die Farbenerscheinung dieselbe, wenn man von gekreuzten zu parallelen Nicols übergeht.

4. Die Stärke der Dispersion der Doppelbrechung ν in einigen Farbenfolgen ermittelte H. Ambronn an Keilen gedehnten Zelluloids[7]) und an Mischkristallen von Blei- und Strontiumdithionat[8]). Er setzte

$$\nu = \frac{(n_2 - n_1)\ 0{,}45\ \mu}{(n_2 - n_1)\ 0{,}65\ \mu}$$

und bestimmte seinen Wert in folgender Weise: Mit einem Spektropolarisator wird die Keildicke für das erste Intensitätsminimum der Lichtarten $\lambda = 0{,}45$, 0,55 und 0,65 μ gemessen

---

[7]) H. Ambronn: Ber. Sächs Ges. d. Wiss. Math.-nat. Kl. 63. 250 u. 402. 1911.

[8]) H. Ambronn: Zeitschr. f. Krist. etc. **52.** 48. 1913.

und daraus werden nach 1) die Werte der Doppelbrechung berechnet. Die beobachteten Farben sind eine Folge der abnormen Dispersion der Doppelbrechung, die in beiden untersuchten Fällen durch Ueberlagerung von positiver und negativer Doppelbrechung entsteht, wie an der Hand der Mallardschen Theorie der optischen Eigenschaften von Mischkristallen gezeigt wird. Es ergibt sich ein übersichtliches Bild davon, wie durch Veränderung des Mischungsverhältnisses des Blei- und Strontiumdithionats allmählich das Verhältnis der Gangunterschiede sich ändert und wie nacheinander für verschiedene Farben Isotropie und entgegengesetzte Doppelbrechung eintritt.

Je stärker ν von der Einheit abweicht, um so größer ist der Unterschied der Farbenfolge von der Newtonschen Farbenskala. Während ν für einen Keil stark über die Elastizitätsgrenze gedehnten Zelluloids den hohen Betrag 1,6 hat, ist er bei dem reinen Bleidithionat nur 0,95 und wächst mit zunehmendem Gehalt der Mischkristalle an Strontiumdithionat, bis ν für das reine Strontiumsalz den Wert 2 erreicht. Daher sind an den genannten Mischkristallen alle von den Apophylliten bekannten Farbenfolgen zu beobachten, von den Brucitfarben am reinen Bleisalz beginnend bis zu den eigentlichen Chromocyklitfarben an dem reinen Strontiumsalz. Die Zahl der beobachteten Farbenskalen ist noch größer, als die an Apophylliten, da die Werte der Doppelbrechung beider Komponenten einen größeren Unterschied aufweisen, als man an den extremsten Gliedern der Apophyllitreihe, dem Brucit- und dem Chromocyklittypus, bisher beobachtet hat. Alle an den genannten Mischkristallen beobachteten Farbenfolgen hat H. Ambronn farbig wiedergegeben.

Eine quantitative Bestimmung sowohl der Dispersion der Doppelbrechung wie auch der zugehörigen Interferenzfarben liegt also bisher nur für die Leukocyklitfarben vor. Diese Arbeit von B. Trolle auf die vier genannten Apophyllittypen, die nach den optischen Eigenschaften zu unterscheiden sind, auszudehnen, d. h. quantitativ die

Beziehungen der Dispersion der Doppelbrechung aller Apophyllite zu ihren Farbenfolgen festzustellen, ist das Ziel nachstehender Untersuchung.

I. Einfluß der Dispersion der Doppelbrechung auf die Interferenzfarben in optisch einachsigen, inaktiven, durchsichtigen Kristallen im polarisierten Licht. (Tab. 3).

Der tetragonale, optisch inaktive Apophyllit besitzt keine selektive Absorption im sichtbaren Spektralbereich. Daher gelten für seine Interferenzerscheinungen die Formeln für optisch einachsige, durchsichtige Kristalle.

Läßt man bei gekreuzten Nicols weißes Licht durch eine Apophyllitplatte hindurchgehen, so ist die Intensität des Lichtes, das aus dem Analysator auf den Diagonalen zwischen den beiden Nicolhauptrichtungen an einer bestimmten Stelle austritt[9]),

$$4) \qquad I = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_\lambda \sin^2 \frac{\pi \Gamma}{\lambda} d\lambda$$

wo Γ der Gangunterschied, den die ordentliche und die außerordentliche Welle beim Austritt aus dem Kristall erreicht haben, und I_λ die Intensität der Lichtart von der Wellenlänge λ ist. Γ ist bei Anwendung von parallelstrahligem polarisierten Licht, das senkrecht zur optischen Achse eines in Diagonalstellung befindlichen Keiles aus der oben charakterisierten Kristallart hindurchgeht, beim Austritt aus dem Keil:

$$5) \qquad \Gamma = (\varepsilon - \omega)\, d,$$

worin d die Dicke des Kristallkeiles an der beobachteten

[9]) Th. Liebisch: Grundriß der phys. Krist. 1896. 272 ff. F. Pockels: Lehrb. d. Kristalloptik 1906. 216—218.

Stelle und $\varepsilon - \omega$ die Differenz seiner Hauptbrechungsindizes ist.

Läßt man polarisiertes Licht unter dem Einfallswinkel i auf eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene Platte eines einachsigen, inaktiven Kristalls fallen, so entsteht zwischen der ordentlichen und der außerordentlichen Welle beim Durchlaufen der Kristallplatte unter dem Winkel r_m zur optischen Achse ein Gangunterschied Γ, den man folgendermaßen berechnen kann. Ist d die Dicke der Platte, ρ_m die mittlere Weglänge der beiden gebrochenen Wellen, r_m der mittlere Brechungswinkel in der Kristallplatte, so ergibt sich für Γ der Wert:

$$\Gamma = \rho_m \, (n_2 - n_1) = \frac{(n_2 - n_1) \, d}{\cos r_m}$$

Die Differenz der Hauptbrechungsindizes $n_2 - n_1$ der Kristallplatte in der Richtung r_m kann eliminiert werden durch:

$$n_1 = \omega, \quad \frac{1}{n_2^2} = \frac{\cos^2 r_m}{\omega^2} + \frac{\sin^2 r_m}{\varepsilon^2},$$

so daß:

$$\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} = \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\varepsilon^2} \right) \cdot \sin^2 r_m.$$

Da aber n_1, n_2 etc. sich nur sehr wenig — bei den Apophylliten nur um 1,5 % — voneinander unterscheiden kann man $n_1 = n_2 = \omega = \varepsilon = n$ setzen außer, wo ihre Differenzen auftreten, d. h.

$$n_2 - n_1 = (\varepsilon - \omega) \cdot \sin^2 r_m.$$

Dann ist:

$$\Gamma = \frac{(\varepsilon - \omega) \, d \, \sin^2 r_m}{\cos r_m} = \frac{(\varepsilon - \omega) \, d \, \sin^2 r_m}{\sqrt{1 - \sin^2 r_m}}$$

Da $\sin r_m / \sin i = 1/n$ ist, so folgt:

6) $$\Gamma = \frac{d \, (\varepsilon - \omega) \, \sin^2 i}{n \sqrt{n^2 - \sin^2}}$$

Die Intensität des aus dem Analysator tretenden Lichtes ist eine Funktion des Gangunterschiedes der ordentlichen und der außerordentlichen Welle beim Austritt aus dem Kristall und mit diesem eine Funktion der Doppelbrechung nach 5) oder 6). Kann man diese unberücksichtigt lassen, so erhält man die Skala der Interferenzfarben dünner Blättchen (Newtonsche Farben). Sobald aber die Stärke der Doppelbrechung sich mit der Wellenlänge ändert, wie bei den Apophylliten, erhält man andere Farbenfolgen, deren Beziehung zur Dispersion der Doppelbrechung nachfolgend erläutert werden soll.

Die Cauchysche Dispersionsformel stellt in ihrer dreigliedrigen Form

$$7) \qquad \varepsilon - \omega = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}$$

die Dispersion der Doppelbrechung der durchsichtigen Kristalle mit hinreichender Genauigkeit dar. Sie gibt auch die Doppelbrechung der Apophyllite gut wieder, wie aus dem Beispiel eines Apophyllit von Guanajuato in Tab. 3 hervorgeht. Darin ist $(\varepsilon - \omega)$ beob. der Wert, der sich aus den Messungen ergeben hatte, und $(\varepsilon - \omega)$ ber., der mit Hilfe von 7) aus den drei mit einem Stern versehenen gemessenen Werten berechnet ist. Für die Konstanten a, b, c der Formel ergab sich:

$$a = 0{,}0039076,\ b = -0{,}0013205,\ c = 0{,}000140$$

Tab. 3: Doppelbrechung im Apophyllit von Guanajuato (vgl. II, 4).

λ in μμ	$(\varepsilon - \omega)$ beob.	$(\varepsilon - \omega)$ ber.	Differenz.
435,84	*0.000748	—	—
546,1	0,00100	0 00096	— 0,00004
589,3	*0,00117	—	—
670,79	0,00154	0,00156	0,00002
700	*0,00170	—	—

Meist ändert sich die Differenz der Hauptbrechungsindizes nur sehr wenig beim Wechsel der Wellenlänge. Kann man diese Dispersion vernachlässigen, d. h. ist

$$\frac{(\varepsilon-\omega)_{\lambda_1}}{(\varepsilon-\omega)_{\lambda_2}} = 1,$$

so entstehen im polarisierten Licht bei gekreuzten Nicols die Newtonschen Farben. Diese normale Farbenfolge[10]) findet man an Kristallen nie ganz rein, da stets eine Dispersion der Doppelbrechung vorhanden ist.

Sinkt die Doppelbrechung mit zunehmender Wellenlänge, d. h. ist:

$$\frac{(\varepsilon-\omega)_{\lambda_1}}{(\varepsilon-\omega)_{\lambda_2}} > 1,\ \lambda_1 < \lambda_2,$$

so wird dadurch eine übernormale Farbenfolge[10]) hervorgerufen. Farbenmischungen, die in der normalen Skala erst in höheren Ordnungen auftreten, sind hier schon in den ersten Ordnungen zu finden. Meist sehr lebhaft gefärbt tritt diese Interferenzfarbenskala am häufigsten auf, z. B. im Quarz und Epidot.

Wächst mit zunehmender Wellenlänge die Doppelbrechung, so hat dies die unternormalen Farben[10]) zur Folge, deren ausgeprägteste Erscheinung die Brucitfarben sind. Die Doppelbrechung ist hier nahezu proportional der Wellenlänge. Daher sind die Kurven gleichen Gangunterschiedes, die man erhält, wenn man die Ringradien nach 2) in ein Koordinatensystem als Funktion der Wellenlänge λ einträgt, gerade Linien parallel der λ-Achse. Das bedeutet aber, daß die Intensität des aus dem Analysator tretenden Lichtes, das durch eine Spaltungsplatte von Brucit zwischen gekreuzten Nicols gegangen ist, sich zwar mit zunehmendem Einfallswinkel des konvergenten Lichtes ändert, aber an der gleichen Stelle der Interferenzerscheinung für alle Lichtarten gleich ist. Im Interferenzbilde sieht

---

[10]) Bezeichnung von F. Becke, Denkschr. d. Ak. d. Wiss. Wien. Math.-naturw. Kl. 1904. 75. 41.

man demnach abwechselnd helle und dunkle Ringe ohne besondere Färbung. Bei schwächerer Doppelbrechung treten vorwiegend matte grünlichgelbe und die dazu komplementären blauvioletten Farben auf, wie man sie beim Leukocyklit und einigen Vesuvianen beobachten kann (S. 5). Bei sehr schwacher, noch für das ganze sichtbare Spektrum positiver Doppelbrechung erscheint die seltener zu beobachtende lebhafter gefärbte Art dieser unternormalen Farben, bei der sich zu Gelbgrün und Blauviolett noch Gelb und Rot hinzugesellen. Typisch bleibt, daß die Interferenzstreifen mindestens der ersten Ordnungen scharf voneinander getrennt zu beobachten sind und sich die Farbenfolge wenigstens in den ersten Streifen wiederholt. Erst in höheren Ordnungen treten zuweilen Farben auf, die sich bei den Newtonschen Farben schon in den ersten Ordnungen finden.

Schließlich kann noch der Fall eintreten, daß die Doppelbrechung im Bereiche des sichtbaren Spektrums ihr Vorzeichen wechselt, d. h. es ist:

$$\frac{(\varepsilon-\omega)_{\lambda_1}}{(\varepsilon-\omega)_{\lambda_2}} < 0,\ \lambda_1 < \lambda_i < \lambda_2,$$

wenn λ_i die Wellenlänge bedeutet, für die der Kristall einfach brechend ist. Licht von der Wellenlänge λ_i fehlt daher in der Interferenzerscheinung, wodurch deren Farben an Lebhaftigkeit gewinnen. An Stelle des Stahlgrau erster Ordnung tritt gewöhnlich intensives Rot oder Blau. Dies sind die anormalen Farben[10]), wie sie sich bei manchen Chloriten, Vesuvianen und Melilithen finden.

Wie aus Tab. 1 (S. 6) ersichtlich ist, treten bei den Apophylliten die letzgenannten drei Farbenfolgen auf. Die Leukocyklite und die Apophyllite mit Andreasberger Farben zeigen unternormale Farbenfolgen. Die meisten Chromocyklite geben anormale Farben, an den übrigen beobachtet man stark übernormale Interferenzfarben.

II. Messungen der Dispersion der Hauptbrechungsindizes und der Dispersion der Doppelbrechung.

1. Typus, Fundorte und Beschaffenheit der untersuchten Apophyllite (Tab. 4a—b). — Die Bestimmung der optischen Konstanten von Apophylliten erfolgte an Material aus dem Mineralogisch-petrographischen Institut und Museum der Universität Berlin. Für die Messung der Hauptbrechungsindizes wurden Platten von möglichst großer Dicke gewählt, die mit Rücksicht auf die Messung von Winkeldurchmessern 2i der Interferenzringe im konvergenten polarisierten Licht planparallel geschliffen werden mußten[11]). Die Dicke wurde mittels Sphärometer festgestellt. Tab. 4a gibt eine Uebersicht über Dicke, Typus und Fundorte der vier untersuchten Platten. Diese ermöglichten die Beziehung der Größe der Hauptbrechungsindizes der vier Typen zur Dispersion ihrer Doppelbrechung festzustellen.

Tab. 4a: Die untersuchten Apophyllitplatten.

Platte	Dicke in mm	Fehler	Art	Fundort
I	1,7070	± 0,0005	Leukocyklit	Faroër
II	1,2487	± 0,0005	Andreasberg. Farb.	Guanajuato
III	1,0394	± 0,0006	Chromocyklit	Utoë
IV	1,4020	± 0,0008	Chromocyklit	New-Almaden

[11]) Von Dr. Steeg und Reuter in Bad Homburg.

Außerdem wurden, um die Dispersion der Doppelbrechung an möglichst vielen verschiedenartigen Kristallen bestimmen zu können, nach einem Vorschlage von Th. Liebisch noch Messungen an natürlichen Keilen, die von Pyramidenflächen gebildet werden, im parallelstrahligen polarisierten Licht vorgenommen. Zu diesem Zwecke wurden nur klar durchsichtige und möglichst homogene Kristalle der verschiedenen Typen ausgewählt, deren Fundorte, Farbenfolgen und Keilwinkel in Tab. 4b zusammengestellt sind.

Tab. 4b: Die untersuchten natürlichen Apophyllitkeile.

Kristall	Fundort	Farbenfolge	Keilwinkel α
1, 2	Hestoë	Leukocyklitfarben	58° 56'
3	Lake Superior		104 0
4	Andreasberg	Andreasberger Farben	58 56
5—9	Guanajuato		104 0
10	Orawicza	Chromocyklitfarben	
11—18	Guanajuato		

2. Dispersion der Hauptbrechungsindizes in Apophylliten von Faroër, Guanajuato, Utoë und New-Almaden. (Tab. 5—7). — Für die Berechnung der Interferenzfarben, die im konvergenten polarisierten Licht an den in Tab. 4a charakterisierten Apophyllitplatten zwischen gekreuzten Nicols auftreten, muß die Dispersion der Hauptbrechungsindizes dieser Platten bekannt sein.

Die Angaben, die über die Hauptbrechungsindizes von Apophylliten vorliegen, sind in Tab. 5 zusammengestellt.

Tab. 5: Hauptbrechungsindizes von Apophylliten.

Fundort	Brechungsindizes ε	ω	ε—ω	Spektrallinie	Beobachter	Wahrscheinlicher Typus
Nalsoë	1,5331	1,5317	0,0014	rot	A. Des Cloiseaux[1])	Andreasb. Farben
Poonah	1,5369	1,5343	0,0026	D	F. Kohlrausch[2])	Leukocyklit
Andreasberg	1,5332	1,5309	0,0023	Li	Lüdecke[3])	Andreasberger Farben
	1,5356	1,5337	0,0019	D		
Hestoë	1,5414	1,5331	0,0083	D		?
Radautal	1,5368	1,5356	0,0012	D		Andreasb. Farben
Tirol	1,5369	1,5340	0,0029	Li	Pulfrich[4])	Leukocyklit
	1,5404	1,5379	0,0025	D		
	1,5429	1,5405	0,0024	Tl		
Poonah	1,5369	1,5343	0,0026	D	Zimanyi[5])	Leukocyklit
Seisser Alp	1,5368	1,5340	0,0028	D		
Andreasberg (rosa)	1,5365	1,5346	0,0019	D		Andreasb. Farben
Collo Algier	1,5343	1,5328	0,0015	Li	Gentil[6])	?
	1,5368	1,5347	0,0021	D		
Faroër oder Poonah ?	1,53397	1,53108	0,00289	He 667,8μμ	B. Trolle[7])	Leukocyklit
	1,53426	1,53142	284	H 656,3μμ		
	1,53688	1,53423	265	Na 589,3μμ		
	1,53692	1,53427	265	He 587,6μμ		
	1,53897	1,53656	241	Hg 546,1μμ		
	1,54149	1,53917	232	He 501,6μμ		
	1,54266	1,53048	218	H 486,1μμ		
Blauda in Mähren	—	1,5314	—	Li	B. Jezek[8])	Leukocyklit
	—	1,5338	—	Na		
	—	1,5370	—	Tl		
	—	1,5416	—	blau (Cu N H3 = Filter)		
	1,5377	1,5342	0,0035	Na		

[1]) Man. de min. **1** 126. 1862.
[2]) Wied. Ann. **4** 1. 1878.
[3]) Krist. Beob. Halle 1878.
[4]) Wied. Ann. 30. 499. 1878.
[5]) Zeitschr. f. Krist. **22** 336. 1894.
[6]) Bull. soc. min. **17**. 16. 1894.
[7]) Phys. Zeitschr. **7**. 703. 1906.
[8]) Sitz. d. k. böhm. Ges. d. Wiss. 1912. XIII. 10.

Fast bei allen ist weder eine Angabe über den Typus der untersuchten Apophyllite gemacht, noch ist die Dispersion der Hauptbrechungsindizes angegeben. Auch die Werte von Pulfrich (4) gestatten einen genügenden Ueberblick über die Dispersion noch nicht. Nur die Angaben von B. Trolle (7) könnten für die vorliegende Farbenberechnung verwandt werden. Daher mußte vor allem die Dispersion der Hauptbrechungsindizes der vier Apophyllitplatten (Tab. 4 a) gemessen werden. Hierzu wurde die Methode der Totalreflexion benutzt, da sie gestattet, inhomogene Teile der Kristalle abzublenden. Als Meßapparat diente das Totalreflektometer nach Th. Liebisch in Verbindung mit dem Reflexionsgoniometer Modell I von R. Fuess, das bei der Winkelmessung eine Ablesung von 10" zu 10" und eine Schätzung einzelner Sekunden zuläßt. Zunächst wurde die Dispersion des Brechungsindex N eines Glasprismas, das zu diesen Messungen verwandt wurde und dessen Prismenwinkel 59° 58' 40" ± 1,5" betrug, bestimmt (Tab. 6).

Tab. 6: Brechungsindizes N eines Prismas vom großen Totalreflektometer nach Th. Liebisch.

Spektrallinie	Li	H. rot	Na	Hg. grün	Hg. grünblau	Hg. blau	Hg. violett
λ in μμ	670,79	656,3	589,3	546,1	486,1	435,8	404,7
N.	1,76906	1,77046	1,77871	1,78585	1,79994	1,81774	1,83365

Fehler ± 1 in der 5. Dezimale. Temperatur 18,5°.

Als praktisch erwies sich folgende Versuchanordnung. Dicht vor dem Glasprisma des Totalreflektometers wurde eine enge Blende angebracht, so daß nur ein kleines, ungefähr 1 qmm großes Gebiet der spiegelnden Fläche der Kristallplatte beleuchtet werden konnte. Durch Verschieben der Blende und des Prismas konnten nacheinander die Winkel der Totalreflexion an beliebig vielen Stellen der Fläche gemessen werden. Hierdurch wurde die Gesamtintensität des

Lichtes, das in das Okularrohr eintrat, geringer als die Helligkeit des diffus am Objektträger und am Prisma reflektierten Nebenlichtes, das noch durch eine über das Prisma gesetzte Schutzkapsel abgehalten wurde. Zur Erzielung möglichst intensiver Beleuchtung der herausgeblendeten Stelle des Kristalls wurde die Lichtquelle mittels eines Systems von zwei Linsen, die durch ein Lichtfilter getrennt waren, verkleinert auf der Blende abgebildet. Die Größe der Blende wurde je nach der Intensität des einfallenden Lichtes so verändert, daß im Okular die günstigste Helligkeit herrschte.

Als Lichtquellen kamen zur Anwendung: 1. Die Quarzglasquecksilberbogenlampe von C. Zeiß (Hagen-Lampe) lieferte Lichtarten mit den Wellenlängen 435,84 μμ und 546,1 μμ. Erstere wurde aus dem Quecksilberbogenlichte durch eine zwischen Prisma und Lichtquelle gestellte blaue Gelatinefolie gewonnen. Zwar läßt dieses Filter auch noch violettes Licht mit den Wellenlängen 407 μμ und 410 μμ des Quecksilberbogenlichtes hindurch, doch sind diese an Lichtstärke so schwach, daß sie gegenüber der hellen blauen Linie 435,84 μμ bei subjektiver Beobachtung nicht in Betracht kommen[12]). Die Lichtart von der Wellenlänge 546,1 μμ wurde isoliert mittels einer 5 % Kaliumbichromat-Lösung in einer Didymglasküvette, die in den Strahlengang zwischen Lampe und Prisma eingeschaltet wurde. 2. Natriumchlorid lieferte Licht von der Wellenlänge 589,3 μμ und 3. Lithiumsulfat die Lichtart von der Wellenlänge 670,79 μμ. Erwähnt sei, daß Lithiumsulfat sich weit besser zur Erzeugung der Lithiumflamme eignet, als Lithiumchlorid, da sein Schmelzpunkt (850 °) höher als der des Chlorids (600 °) liegt und es auch weniger hygroskopisch ist. Das stets mit auftretende Na-Licht wurde durch Einschaltung eines Didymglases beseitigt. Die Apo-

---

[12]) Vgl. Köhler: Verwendung des Quecksilberlichtes für mikroskopische Arbeiten, Zeitschr. f. wissensch. Mikroskopie. 27. 329. 1910, wo auch Kupfersulfatlösungen zur Isolierung des blauen Lichtes angegeben sind.

phyllite wurden durch eine Schicht von Methylenjodid mit dem Glasprisma in optische Verbindung gebracht.

Zur Berechnung der Hauptbrechungsindizes dient die Beziehung[13]):

10) $n_i = \sin\varphi \sqrt{N^2 \sin^2\alpha_i} \pm \cos\varphi \sin\alpha_i$, $i = 1$ und 2.

Hierin ist φ der Prismenwinkel, N der Brechungsindex des Glasprismas; α_1 und α_2 sind die Austrittswinkel der Grenzstrahlen des totalreflektierten Lichtes an der dem Okularrohr zugewandten Prismenfläche. Jeder zur Berechnung verwandte Wert ist das Mittel aus den Resultaten von 5 Messungsreihen. Da die Apophyllitplatten senkrecht zur optischen Achse geschliffen sind, ergeben sich aus 10) mit Hilfe der Winkel α_1 und α_2 die beiden Hauptbrechungsindizes ω und ε, deren Werte in Tab. 7 zusammengestellt sind. Die Genauigkeit beträgt 2 bis 5 Einheiten der 5. Dezimale.

Tab. 7: Hauptbrechungsindizes von Apophylliten. Temperatur 19°.

	λ in μμ	Spektrallinie	ε	ω	ε − ω	Farbenfolge im konv. pol. Licht
I Faroër	670,79	Li	1,53430	1,53178	0,00252	Leukocyklit-Farben
	589,3	Na	1,53746	1,53526	220	
	546,1	Hg	1,53953	1,53764	189	
	435,84	Hg	1,54630	1,54546	084	
II Guanajuato	670,79	Li	1,53510	1,53313	0,00197	Andreasberger Farben
	589,3	Na	1,53729	1,53572	157	
	546,1	Hg	1,53909	1,53773	136	
	435,84	Hg	1,54608	1,54540	068	
III Utoë.	670,79	Li	1,53835	1,53812	0,00023	Chromocyklit-farben (anormale)
	489,3	Na	1,54178		—	
	546,1	Hg	1,54384		—	
	435,84	Hg	1,55124		—	
IV New-Almaden	670,79	Li	1,54150		—	Chromocyklit-farben (übernormale)
	589,3	Na	1,54292	1,54325	-0,00033	
	546,1	Hg	1,54392	1,54478	— 086	
	435,84	Hg	1,55172	1,55310	— 138	

[13]) Siehe Th. Liebisch, a. a. O. p. 257.

Diese Resultate zeigen ein Ansteigen der Hauptbrechungsindizes mit der Abnahme der Doppelbrechung, d. h. mit Zunahme der optisch negativen Beimischung in den Kristallen.

Sie ergeben für die Größe der Doppelbrechung $\varepsilon - \omega$ Werte, die ihres relativ großen mittleren Fehlers wegen ± 1 in der 4. Dezimale — zur Berechnung der Farben unbrauchbar sind. Die Dispersion der Doppelbrechung mußte daher besonders bestimmt werden, während Tab. 7 Werte der mittleren Brechungsindizes n liefert, die in 3 a) S. 13 gebraucht werden.

3. Bestimmung der Dispersion der Doppelbrechung in denselben Apophyllitplatten im konvergenten polarisierten Licht (Tab. 8—11). — Die Dispersion der Doppelbrechung hat B. Trolle nur an einem Leukocyklit gemessen (S. 707), mit dem in Tab. 8 wiedergegebenen Ergebnis.

Tab. 8: Doppelbrechung in einem Leukocyklit von Faroër oder Poonah (?) nach B. Trolle.

Wellenlänge	$\varepsilon - \omega$ der Platte I	$\varepsilon - \omega$ der Platte II
752 μμ	0,00323	—
704	307	0,00304
653	288	287
603	269	269
552	249	249
525	237	236
501	225	225
478	213	213
462	203	203
448	194	196
436	186	—

Fehler $\pm$ 0,00005.

Nach demselben Verfahren wurde die Doppelbrechung der in Tab. 4 a gekennzeichneten Platten, deren Brechungsindizes in Tab. 7 angegeben sind, folgendermaßen bestimmt.

An senkrecht zur optischen Achse geschnittenen optisch einachsigen, inaktiven, durchsichtigen Kristallplatten von der Dicke d, dem mittleren Brechungsindex n und der Doppelbrechung $\varepsilon-\omega$ entsteht zwischen gekreuzten Nicols bei dem Einfallswinkel i des polarisierten Lichtes von der Wellenlänge λ ein Minimum der Intensität, wenn das Verhältnis des Gangunterschiedes Γ der ordentlichen und der außerordentlichen Welle zur Wellenlänge λ eine ganze Zahl ist, d. h. wenn:

$$\frac{\Gamma}{\lambda} = \frac{d \,.\, (\varepsilon-\omega) \,.\, \sin^2 i}{n \,.\, \lambda \sqrt{n^2-\sin^2 i}} = p, \; (p = 1, 2, 3 \ldots)$$

Hieraus ergibt sich:

11) $$\varepsilon - \omega = p \frac{\lambda \,.\, n \sqrt{n^2-\sin^2 i}}{d \,.\, \sin^2 i}$$

Der halbe Winkeldurchmesser des ersten dunklen Interferenzringes wurde an einem Achsenwinkelapparat, der eine Noniusablesung von 1' gestattete, in der Diagonalrichtung in bezug auf das Achsenkreuz gemessen. Einfarbiges Licht lieferte ein Monochromator. Die Kristallplatte wurde mittels Gaußschen Okulars senkrecht zur Beobachtungsrichtung gestellt. Die Abweichung der optischen Achse von der Plattennormalen war kaum meßbar (10") und konnte daher keinen Fehler in den Resultaten verursachen. In Tab. 9—11 sind die erhaltenen Werte i und die daraus für $\varepsilon-\omega$ berechneten Größen für I, bei der zwei Interferenzringe auftraten, sowie für II und IV wiedergegeben. Die Platte III ließ keine Messung zu, da ihrer zu geringen Dicke wegen kein Interferenzring zu beobachten war.

Tab. 9: Doppelbrechung in der Leukocyklitplatte I von Faroër. Temperatur 19,5 °.

Monochromator-teilung	Wellen-länge	i_1	i_2	$\varepsilon - \omega$	$\frac{\varepsilon - \omega}{\lambda}$
190	410 μμ	43° 30'	(66° 45')	0,00109	2,654
280	431	42 21	62° 24'	126	2,930
320	442	40 19	60 40	134	3,030
400	471	38 58	58 15	151	3,208
420	480	38 48	57 45	156	3,248
440	490	38 23	57 12	161	3,289
480	512,5	37 52	55 51	172	3,360
500	524	37 40	55 36	177	3,390
520	539	37 33	55 23	184	3,424
560	572,5	37 9	54 37	198	3,484
580	594	36 58	54 21	207	3,517
594	610	36 55	54 12	215	3,527
620	645	36 49	54 6	225	3,525
630	659	36 55	54 18	230	3,514
640	674	36 53	54 18	235	3,498
650	691	37 7	54 35	240	3,474

i_1 Einfallswinkel für das erste, i_2 für das zweite Minimum; $\varepsilon - \omega$ ist das Mittel von den aus i_1 und i_2 erhaltenen Werten. Der Fehler von $\varepsilon - \omega$ beträgt + 0,00001.

Tab. 10: Doppelbrechung in der Apophyllitplatte II mit Andreasberger Farben von Guanajuato. Temperatur 18,5 °.

Monochromator	Wellen-länge	i	$\varepsilon - \omega$	$\frac{\varepsilon - \omega}{\lambda}$
345	450 μμ	63° 5'	0,00078	1,676
420	480	59 15	099	2,040
458	500	57 2	113	2,238
493	520	54 50	125	2,402
535	550	52 32	141	2,580
568	580	51 31	154	2,700
594	610	50 22	166	2,765
610	630	49 55	174	2,790
624	650	49 53	181	2,802
650	690	49 32	196	2,809

Tab. 11: Doppelbrechung in der Chromocyklitplatte IV von New-Almaden. Temperatur 19°.

Monochromator	Wellenlänge	i	$\omega - \varepsilon$	$\frac{\omega - \varepsilon}{\lambda}$
190	410 μμ	33°12'	0,00238	5,45
235	420	34 27	221	5,02
275	430	35 50	206	4,63
313	440	37 5	194	4,30
345	450	38 45	182	4,00
373	460	40 15	172	3,70
398	470	42 18	161	3,43
420	480	44 27	150	3,15
440	490	46 33	141	2,90
458	500	49 6	130	2,65
476	510	51 55	122	2,40
493	520	55 5	115	2,16
508	530	58 27	105	1,78
522	540	62 7	096	1,78
535	550	65 57	099	1,46

Von $\lambda = 550$ μμ an waren Messungen nicht mehr möglich, da Interferenzringe nicht zu beobachten sind.

Aus 11) ergibt sich:

$$12)\quad \sin^2 i = \frac{p\left(\sqrt{p^2 + 4d^2 \cdot \left(\frac{\varepsilon - \omega}{\lambda}\right)^2} - p\right) \cdot n^2}{2d^2 \left(\frac{\varepsilon - \omega}{\lambda}\right)^2}$$

Der Winkel i ist demnach hauptsächlich eine Funktion von $\varepsilon - \omega / \lambda$. Wäre dieser Bruch konstant, so würden die pten Minima und Maxima für alle Lichtarten zusammenfallen, und man bekäme abwechselnd schwarze und weiße Interferenzringe. Die Abweichungen des Quotienten $\varepsilon - \omega / \lambda$ von einem konstanten Wert bestimmen die Farben der Interferenzringe.

4. Bestimmung der Dispersion der Doppelbrechung im parallelstrahligen polarisierten Licht an natürlichen Apophyllitkeilen von Hestoë, Lake Superior, Andreasberg, Guanajuato und Orawicza. (Tab. 12—13). — Die Messungen wurden in einfarbigem parallelstrahligen polarisierten Licht an den in Tab. 4 b charakterisierten 18 Kristallpyramiden vorgenommen.

Von der Verwendung der Methode von C. Hlawatsch, der die Stärke der Doppelbrechung in Vesuvianen für mehrere Lichtarten mit Hilfe eines Quarzkeilkompensators und eines aufgesetzten Spektroskopokulars bestimmt hat, wurde aus folgenden Gründen abgesehen. Die Methode erfordert Präparate mit sehr kleinen Keilwinkeln, damit die Farbe des durch den Spektroskopspalt herausgeblendeten Teiles der Interferenzerscheinung, der zur Bestimmung der Dispersion der Doppelbrechung dient, in allen Teilen möglichst gleichmäßig ist, d. h. die Dicke des Keiles darf sich in dem herausgeblendeten Teile nur sehr wenig ändern. Derartige Keile, deren Kante senkrecht zur optischen Achse und deren eine Fläche ihr parallel liegt, aus Apophylliten herzustellen, begegnet infolge der vollkommenen Spaltbarkeit nach der Basis praktischen Schwierigkeiten. Jedes Aufkitten und Schleifen verändert ihre optische Struktur und gibt zum Zersplittern Anlaß.

Zwar bilden die Pyramidenflächen (111) und $(\bar{1}11)$ oder (111) und $(\bar{1}\bar{1}1)$ „natürliche Keile“ mit einem Keilwinkel von 104° 0’ oder 56° 58’. Sie eignen sich aber ihrer großen Keilwinkel wegen nicht zur spektroskopischen Meßmethode von C. Hlawatsch. Die Messungen wurden daher nach dem Vorschlage von Th. Liebisch in einer Weise vorgenommen, die es gestattet, aus dem Abstande a zweier benachbarter Interferenzstreifen, die in einfarbigem parallelstrahligen polarisierten Licht an den natürlichen Keilen in großer Zahl zu beobachten sind, die Doppelbrechung zu berechnen.

Beide Arten natürlicher Keile sind bei den Messungen der Doppelbrechung gleichwertig, sofern die Beobachtungsrichtung senkrecht zur optischen Achse steht, was sich trotz des großen Keilwinkels und der daraus folgenden Neigung der Keilflächen gegen die Strahlenrichtung durch die Methode der Einhüllung erreichen ließ. Als günstigste Immersionsflüssigkeit erwies sich für die Apophyllite Aethylenbromid, dessen Brechungsindex $^{n}_{Na} = 1{,}535$ ist.

Die Verwendung der natürlichen Keile ist aus folgenden Gründen vorteilhaft: Einerseits kann man die optischen Messungen an dem unbearbeiteten Kristall ausführen, was wegen der optischen Veränderung der Apophyllite beim Schleifen und Erhitzen wertvoll ist. Andererseits bieten die infolge des großen Keilwinkels im einfarbigen Licht zahlreichen Interferenzstreifen die Möglichkeit, gleichzeitig sowohl die mittlere Doppelbrechung des ganzen Kristalls, wie auch einzelner Teile festzustellen.

Erforderlich zur Anwendung dieser Methode sind gut ausgebildete, ebene Pyramidenflächen, die an den Apophylliten der Tab. 4 b (S. 21) vorhanden waren.

Eine Beziehung zur Berechnung der Doppelbrechung für Licht von der Wellenlänge λ ergibt sich aus folgender Betrachtung.

Für die Dicke d_1 sei der Gangunterschied der ordentlichen und der außerordentlichen Welle $\Gamma . \lambda$, für d_2 sei er $(\Gamma+1) . \lambda$. a sei der Abstand der beiden aufeinanderfolgenden Interferenzstreifen, c die Richtung der optischen Achse des Kristallkeils. Nun sei:

$$d_2 = d_1 + p + q$$

Ist ψ die Abweichung der Wellenebenen von der Richtung der optischen Achse, α der Keilwinkel, dann ist:

$$p = a . \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} - \psi\right), \quad q = a . \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} + \psi\right),$$

also:

$$d_2 = d_1 + a\left[\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} - \psi\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} + \psi\right)\right].$$

In der Strahlenrichtung SS ist die Doppelbrechung:

$$n_2 - n_1 = (\varepsilon - \omega) \cos^2 \psi$$

12a) $(n_2 - n_1)\, d_1 = \Gamma \cdot \lambda,\ (n_2 - n_1) \cdot d_2 = (\Gamma + 1) \cdot \lambda$

Hieraus ergibt sich:

$$d_1 \Gamma + d_1 = d_2 \cdot \Gamma = d_1 \Gamma + \Gamma \cdot a \cdot \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} - \psi \right) + \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} + \psi \right) \right]$$

$$d_1 = \frac{\Gamma \cdot a \cdot \sin \alpha}{\cos \left(\frac{\alpha}{2} + \psi \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha}{2} - \psi \right)}$$

eingesetzt in 12 a) gibt:

$$\frac{(n_2 - n_1) \cdot a \sin \alpha}{\cos \left(\frac{\alpha}{2} - \psi \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \psi \right)} = \lambda$$

also:

13) $$\varepsilon - \omega = \frac{\lambda \cos \left(\frac{\alpha}{2} - \psi \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} + \psi \right)}{a \cos^2 \psi \sin \alpha}$$

Verlaufen die Strahlen wie in den vorliegenden Kristallkeilen senkrecht zur optischen Achse c, so ist $\psi = 0$ und 13) geht über in:

13 a) $$\varepsilon - \omega = \frac{\lambda}{2\, a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

Der Fehler, den eine kleine Abweichung ψ der Wellenebene N von der Richtung c verursacht, beträgt für $\psi = 1'$ nur 0,04 %. Folglich können kleine Werte von ψ vernachlässigt werden. Die Keilwinkel α der Präparate sind in Tab. 4 b (S. 21) angegeben.

Die Messung des Abstandes a aufeinanderfolgender Interferenzstreifen mit Hilfe eines Mikroskops mit Schraubenmikrometerokular wurden nur an den Stellen der Kristallpyramiden ausgeführt, die keine Störungen der Interferenzstreifen aufwiesen. Dabei zeigte sich folgende Eigentümlichkeit. An der Spitze der Pyramiden ist der Abstand a zweier benachbarter Interferenzstreifen meist größer wie in der Mitte; weiterhin nimmt er wieder zu.

Diese Variation des Streifenabstandes und damit auch der Doppelbrechung zeigen besonders die klaren Pyramiden von Hestoë und Andreasberg. In Tab. 12 ist als Beispiel die Doppelbrechung für Natriumlicht in einer Apophyllitpyramide von Hestoë angegeben.

Tab. 12: Die Doppelbrechung in einer Apophyllitpyramide von Hestoë. (Nr. 2 in Tab. 4b.)

Zwischen Streifen		$(\varepsilon-\omega)_{Na}$
1 und 2	Von der Pyramidenspitze ab gezählt	0,002176
2 „ 3		2218
3 „ 4		2378
4 „ 5		2360
5 „ 6		2456
6 „ 7		2582

Jeder Wert ist das Mittel aus 10 Messungen. Fehler ± 0,000008, also 0,5%. Temperatur 19°.

Der Einfluß einer unregelmäßigen Variation des Streifenabstandes wurde dadurch eliminiert, daß zur Bildung eines Mittelwertes Messungen an verschiedenen Stellen des Keiles verwendet wurden. Die Messungen an den Apophylliten von Guanajuato (11—18) mußten bei parallelen Nicols vorgenommen werden, damit der Abstand des ersten dunklen Streifens von der Keilkante kleiner als der wahrscheinliche Abstand der Keilkante des inneren optisch positiven Kerns von der Keilkante der optisch negativen Außenschicht war. Die Lage der Grenze zwischen beiden Schichten läßt sich angenähert aus dem Abstande des schwach markierten Kompensationsstreifens berechnen. Für die Doppelbrechung des Kernes wurde der gegenseitige Streifenabstand hinter dem Kompensationsstreifen gemessen. Die so erhaltenen Mittelwerte der Doppelbrechung sind in Tab. 13 angegeben.

Tab. 13: Dispersion der Doppelbrechung in Apophylliten. Temperatur 20°.

Präp.	Fundort	Zahl d. Meß. f. j. λ	Mittel von ε—ω für λ in μμ 435,84	546,1	589,3	670,79	700	
1	Hestoë	70	0,00132	0,00198	0,00228	0,00250	0,00261	
2		40	152	214	237	280	292	Leukocyklite
3	Lake Superior	30	147	221	242	273	283	
4	Andreasberg	40	075	137	157	191	202	
5	Guanajuato	40	116	174	194	224	235	Andreasberger Farben
6		20	084	139	159	199	211	
7		20	020	085	107	134	141	
8		20	107	170	190	221	231	
9		30	086	158	175	201	209	
10	Orawicza	20	— 113	Kein Streifen Doppelbr. sehr schwach		060	076	
11 a	Guanajuato	20	— 188	— 098	— 068	— 028	— 022	10 und 11 bis 18 a (außen): Chromocyklite, 11 bis 18 i (innen): Apophyllite m. Andreasberger Farben
11 i		20	+ 056	+ 071	+ 084	+ 125	+ 149	
12 a		20	— 186	— 097	— 067	— 031	— 026	
12 i		20	+ 075	+ 100	+ 117	+ 155	+ 170	
13 a		20	— 191	— 098	— 068	— 034	— 029	
13 i		20	+ 048	+ 068	+ 081	+ 118	+ 136	
14 a		20	— 172	— 093	— 078	— 068	— 066	
14 i		20	+ 072	+ 098	+ 113	+ 138	+ 145	
15 a		20	— 194	— 097	— 068	— 037	— 034	
15 i		20	+ 064	+ 098	+ 114	+ 140	+ 147	
16 a		20	— 173	— 103	— 078	— 046	— 039	
16 i		20	+ 049	+ 076	+ 087	+ 121	+ 139	
17 a		20	— 175	— 100	— 082	— 063	— 059	
17 i		20	+ 085	+ 110	+ 120	+ 138	+ 141	
18 a		20	— 193	— 115	— 090	— 056	— 050	
18 i		20	+ 075	+ 122	+ 136	+ 162	+ 169	

Bei den Präparaten 11 bis 18 gilt der Wert in der Zeile a für die äußere Substanz mit negativer, der in der Zeile i für die innere mit positiver Doppelbrechung. Fehler ± 0,00001. Die Lichtart von der mittleren Wellenlänge λ = 700 μμ wurde aus dem Auerlicht durch Vorschalten eines Blau- und eines Rotfilters gewonnen.

III. Berechnung der Interferenzfarben.

1. Spektrale Zerlegung der Interferenzfarben, die an natürlichen Apophyllitkeilen im parallelstrahligen Licht zwischen gekreuzten Nicols auftreten. (Tab. 14). — Beobachtet man einen dieser Keile im parallelstrahligen Licht zwischen gekreuzten Nicols mit dem Spektroskopokular, so erhält man ähnliche Erscheinungen, wie sie C. Hlawatsch für die Vesuviantypen gegeben hat[14]). Steht der Spektroskopspalt der Keilkante parallel, so sieht man im Spektrum ein System von dunklen Streifen, deren Verteilung eine Funktion der Doppelbrechung, also auch abhängig von der Interferenzfarbe ist. Steht er senkrecht zur Keilkante, so gilt das gleiche für die dann im Spektrum auftretenden dunklen Kurven.

Diese Kurven gleichen Gangunterschiedes $\Gamma = p \cdot \lambda$ ($p = 1, 2, \ldots$), wurden für die Interferenzerscheinungen an natürlichen Keilen der Apophyllittypen mit Hilfe eines Beugungsspektrums nach der Methode von C. Hlawatsch dargestellt. Aus der Bedingung:

$$\Gamma = d\,(\varepsilon - \omega) = p \cdot \lambda$$

und

$$d = 2\,z\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2},$$

z auf der Winkelhalbierungslinie des Keilwinkels gerechnet, ergibt sich:

$$z = \frac{p \cdot \lambda}{2\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}\,(\varepsilon - \omega)}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung wurde der Abstand z zwischen dem Intensitätsminimum erster Ordnung ($p = 1$) des Lichtes von der Wellenlänge λ und der Keilkante berechnet. Um die Resultate (Tab. 14) und die daraus entstandenen Figuren, in denen z als Funktion von λ dargestellt ist, miteinander vergleichen zu können, wurde als Keilwinkel für alle 5 Typen der gleiche Wert $\alpha = 56^0\,58'$

[14]) Vgl. Einl. S. 8.

gewählt, der dem natürlichen Keil erster Art (111) : ($\bar{1}\bar{1}$1) angehört. Die aus Tab. 14 entstehenden Kurven gleichen Ganguntersch iedes können zur Charakteristik der Interferenzfarbenfolgen dienen.

Tab. 14: Lage z des Intensitätsminimums erster Ordnung in Interferenzerscheinungen an natürlichen Apophyllitkeilen im parallelstrahligen Licht zwischen gekreuzten Nicols.

Typus	λ in μμ	ε—ω	z in mm	Typus	ε—ω	z in mm
a) Brucit (Apophyllit von Guanajuato erhitzt auf 250°).	400	0,00328	0,108	d) Anormaler Chromocyklit von Guanajuato.	—0,00142	0,249
	450	354	0,112		— 102	0,391
	500	379	0,116		— 061	0,725
	550	404	0,120		— 022	2,210
	600	426	0,125		+ 015	3,540
	650	445	0,132		+ 048	1,205
	700	460	0,135		+ 076	0,861
b) Leukocyklit, Hestoë.	400	0,00126	0,280	e) Uebernormaler Chromocyklit von Guanajuato.	—0,00220	0,161
	450	161	0,245		174	0,229
	500	191	0,226		133	0,333
	550	218	0,212		094	0,517
	600	243	0,208		061	0,871
	650	266	0,208		038	0,514
	700	283	0,220		026	2,382
c) Andreasberger F. (A. von Andreasberg).	400	0,00035	0,900			
	450	079	0,510			
	500	111	0,400			
	550	138	0,355			
	600	162	0,327			
	650	183	0,313			
	700	202	0.307			

Um die Farben, die einem solchen Diagramm entsprechen, festzustellen, verschiebt man ein parallel zur Ordinate λ liegendes Lineal parallel zur Abscissenachse z und ersieht aus den Ordinaten λ der Schnittpunkte des Lineals mit den Kurven, welche Spektralfarben mit zunehmendem z in der Interferenzerscheinung fehlen.

A. Unternormale Farbenfolgen. — Wendet man dieses Verfahren auf das Diagramm an, das nach Tab. 14 a die spektrale Zerlegung der brucitähnlichen Farben darstellt, die an einem auf 250° erhitzten Apophyllit von Guanajuato beobachtet wurden, so ergibt sich folgendes: Mit von Null an wachsendem Abstand z von der Keilkante tritt bei z = 0,11 mm im äußersten Violett ein dunkler Streifen, die Kurve des Gangunterschiedes $\Gamma = \lambda$, auf, der sich mit wachsendem z durch das ganze sichtbare Spektrum bewegt, bis er bei z = 1,39 mm im äußersten Rot aus dem Bereich des sichtbaren Spektrums verschwindet. Dann bleibt das Spektrum frei von jedem Interferenzstreifen, bis bei z = 0,22 mm der dunkle Streifen $\Gamma = 2\lambda$ im Violett eintritt, der bei z = 2,78 mm im Rot verschwindet. Dann tritt, nachdem das Spektrum wieder frei von einem dunklen Streifen war, bei z = 0,33 mm im Violett der Streifen $\Gamma = 3\lambda$, ein, der das Spektrum im Rot bei z = 0,42 mm wieder verläßt, während schon bei z = 0,44 mm ein neuer Streifen, $\Gamma = 4\lambda$, im Violett auftritt. Noch ehe dieser das Spektrum im Rot verläßt, erscheint ein neuer, $\Gamma = 5\lambda$, im Violett, so daß von z = 0,55 mm bis 0,56 mm zwei dunkle Streifen im Spektrum beobachtet werden usw.

Diesem Auftreten und Verschwinden der dunklen Streifen im Spektrum entspricht ein Wechsel der Interferenzfarben. Mit dem von Null wachsenden z nimmt die Helligkeit der zunächst farblosen Interferenzerscheinung zu. Dann verschwinden kurz hintereinander mit Violett beginnend alle Farben des Spektrums, d. h. es tritt ein dunkler Streifen mit rotbraunem und violettbraunem Rande auf. Dem folgt ein Anwachsen der Gesamthelligkeit, und es erscheint ein farbloser Streifen. Hierauf verschwinden

bei $z = 0{,}22$ mm beginnend nacheinander Violett, Blau, Grün, Gelb und Rot; daher werden Dunkelrot und Violettblau den Streifen bei $z = 0{,}24$ mm begrenzen. Dann nimmt die Interferenzerscheinung wieder eine farblose Helligkeit an, der bei $z = 0{,}37$ mm ein dunkler Streifen mit rotem und blauviolettem Rande folgt. Mit zunehmendem z tritt wieder ein heller Streifen auf. Die folgenden Interferenzstreifen sind mit zunehmender Ordnung etwas lebhafter gefärbt, weil in ihrem Spektrum mehrere Lichtarten zugleich fehlen. Da die dunklen Kurven erst in höheren Ordnungen den Neigungswinkel mit der Keilkante bilden, den die gleichen Kurven im Spektrum der Newtonschen Farben schon in den ersten Ordnungen haben, so treten der Newtonschen Skala ähnliche Interferenzfarben beim Brucit erst in höheren Ordnungen auf.

Derselben Untersuchung seien die Leukocyklitfarben, die an dem Präparat 2 (Tab. 4b und 13) beobachtet wurden, unterzogen (vgl. Tab. 14b).
Verschiebt man einen Leukocyklitkeil, dessen Kante parallel zum Spektrometerspalt steht, senkrecht zur Keilkante, so erscheint mit wachsendem Abstand z von dieser Kante im Spektrum zuerst bei $\lambda = 600$ μμ ein dunkler Streifen, der dem Gangunterschied $\Gamma = \lambda$ entspricht. Er teilt sich mit wachsendem z in zwei Streifen, die schnell zum roten und violetten Ende des Spektrums wandern. In der resultierenden Interferenzfarbe fehlen also nacheinander Gelbrot, Grün und Rot, und schließlich Blauviolett. Wächst z weiter, so bleibt das Spektrum zunächst frei von Interferenzstreifen, bis bei $z = 0{,}42$ mm wieder das Licht von der Wellenlänge $\lambda = 600$ μμ fehlt; dann teilt sich auch dieser dunkle Streifen $\Gamma = 2\lambda$ und wandert zum Rot und Violett. Dem entspricht zuerst Violettblau, dann Gelbgrün. Darauf ist das Spektrum wieder frei von dunklen Streifen. Weiterhin wiederholt sich die Erscheinung. In höheren Ordnungen sind bis zu 3 Streifen im Spektrum sichtbar. Da in dem aus dem Analysator tretenden Licht mehrere Lichtarten fehlen, erscheinen etwas lebhafteres Violettblau, Grün und Gelb.

Beobachtet man das Spektrum der „Andreasberger Farben", wie sie an Präparat 4 (Tab. 4 b und 13, S. 34) von Andreasberg auftreten (vgl. Tab. 14 c), mit wachsendem Abstand z des Spektrometerspaltes von der Keilkante, so tritt zuerst im Rot ein dunkler Streifen $\Gamma = \lambda$ auf, der zum Violett hin wandert. Noch ehe er das Spektrum verläßt, kommt im Rot ein neuer Streifen $\Gamma = 2\lambda$ hinzu, der sich analog dem ersten bewegt. Nachdem der erste Streifen im äußersten Violett verschwunden ist, tritt ein dritter $\Gamma = 3\lambda$ im Rot auf, dem bald ein vierter $\Gamma = 4\lambda$ folgt, so daß jetzt drei Streifen im Spektrum sichtbar sind. Da zuerst die roten Lichtarten fehlen, so wird in den Interferenzfarben Blau vorherrschen, dem dann, wenn Blau fehlt, rote Mischungen folgen. Dieses Farbenspiel wiederholt sich, nur tritt an die Stelle des weißen Lichtes, das die niederen Ordnungen der Interferenzstreifen trennt, Gelb, das sich mit den übrigen Farben zu Orange und Grün mischt.

Hiermit schließt die Reihe der unternormalen Interferenzfarben, die an Apophylliten beobachtet werden.

B. Anormale Farbenfolgen (vgl. Tab. 14 d). — Der nun folgende Apophyllittypus, dessen Doppelbrechung im sichtbaren Spektralbereich das Vorzeichen wechselt, zeigt anormale Chromocyklitfarben. Als Beispiel ihrer spektralen Zerlegung wurde die Interferenzerscheinung, die an Präparat 10 von Orawicza (Tab. 4 b und 13, S. 34) beobachtet wurde, gewählt (vgl. Tab. 14 d). In ihrem Spektrum beobachtet man stets einen dunklen Streifen bei 670 μμ. Für die Lichtart dieser Wellenlänge ist der Kristall isotrop, also $\Gamma = 0$. Mit zunehmendem Abstand z des Spektroskopspaltes von der Keilkante tritt ein dunkler Streifen $\Gamma = \lambda$ im Violett hinzu, der sich asymptotisch dem Streifen $\Gamma = 0$ nähert. Bald treten im Violett weitere Streifen hinzu, $\Gamma = 2\lambda$ u. $\Gamma = 3\lambda$. Gleichzeitig kommt vom Rot her ein dunkler Streifen $\Gamma = \lambda$, der sich dem Streifen $\Gamma = 0$ ebenfalls asymptotisch nähert. Von beiden Seiten folgen stets neue Streifen, die sich mit wachsendem z dem festliegenden Streifen zuwenden. Von z = 1,4 mm ab, wo schon 8 dunkle

Streifen im Spektrum vorhanden sind, tritt nahezu Weiß höherer Ordnung auf.

C. Uebernormale Farbenfolgen (vgl. Tab. 14e). — Schließlich seien noch die Chromocyklitfarben, die einer für das ganze sichtbare Spektrum negativen Doppelbrechung entsprechen und infolge der Dispersion $(\varepsilon-\omega)\lambda_1 < (\varepsilon-\omega)\lambda_2$ für $\lambda_1 > \lambda_2$ zu den übernormalen Farben zählen, der spektralen Zerlegung unterworfen. Aus der nach Tab. 14e zu entwerfenden Figur, die die Chromocyklitfarben des Präparats 12 von Guanajuato (Tab. 4b und 13, S. 34) wiedergibt, erklärt sich folgendes.

Verschiebt man diesen Keil senkrecht zur Keilkante und zum Spektroskopspalt, so beobachtet man das Eintreten dunkler Streifen im violetten Ende des Spektrums. Diese nähern sich dem roten Ende des sichtbaren Spektrums nahezu asymptotisch, während im Violett stets neue dunkle Streifen hinzukommen. Blau, Grün und Rot, das schon bei z = 1,5 mm in Weiß höherer Ordnung übergeht, entsprechen diesem Diagramm.

Der Vergleich der behandelten spektralen Zerlegungen untereinander sowie mit denen von C. Hlawatsch[15]) führt auf einige Eigentümlichkeiten der Kurven gleichen Gangunterschiedes in den Spektren der vier Interferenzfarbenskalen.

Hierbei müssen wir zwei Fälle der spektralen Zerlegung mit Hilfe eines Beugungsspektrums unterscheiden: Der Spalt des Spektroskopokulars kann 1. parallel oder 2. senkrecht zur Keilkante stehen.

Im ersten Falle ergibt die spektrale Zerlegung der ersten Ordnungen der unternormalen Farben stets nur einen oder zwei dunkle Interferenzstreifen im Spektrum, deren Zahl

---

[15]) Vgl. C. Hlawatsch, a. a. O. Taf. II Fig. 4, Fig. 6 p. 126, Fig. 4 p. 122, Fig. 8 p. 131.

beim Uebergang zu den anormalen Farben im roten Ende des Spektrums zunimmt. Die normalen und besonders die übernormalen Farben zeigen eine von Rot nach Violett wachsende Zahl fehlender Lichtarten. Ein dunkler Streifen, von dem aus nach beiden Enden des Spektrums sich der Abstand der übrigen voneinander verringert, ist ein Kennzeichen für anormale Farbenskalen. Diese Merkmale der Farbenskalen gelten auch für die spektrale Zerlegung der Interferenzfarben, die an Kristallplatten oder an Keilen mit sehr kleinem Keilwinkel auftreten, bei beliebiger Stellung des Spektrometerspaltes.

Der zweite Fall findet nur Anwendung bei Keilen mit größerem Keilwinkel. Man übersieht dann einen Teil des Verlaufes der dunklen Linien im Spektrum der Farben. Für die vier Farbenskalen ergibt sich dabei folgendes.

Ist der mittlere Neigungswinkel der Kurve des Gangunterschiedes $\Gamma = p . \lambda$ gegen die Abscissenachse, auf die die wachsende Keildicke oder der wachsende Abstand von der Keilkante abgetragen wird, im Spektrum der Newtonschen Farben, d. h. der normalen Farben β, und im Spektrum einer anderen Farbenfolge φ, so ist für unternormale Farben $\varphi > \beta$. Hier kann man noch je nach der Größe des Winkels φ eine Teilung der unternormalen Farbenfolgen vornehmen. Diejenigen Interferenzfarben, in deren Spektrum die Kurven gleichen Gangunterschiedes einen mittleren Neigungswinkel $90^0 > \varphi > \beta$ mit der positiven Abscissenachse einschließen, kann man unternormale Farben erster Art nennen. Hierzu gehören die Interferenzfarben der positivsten Stufen von Mischkristallen aus Strontium- und Bleidithionat[16]). Die Brucitfarben bilden den Uebergang zu den unternormalen Farben zweiter Art, bei denen $\varphi > 90^0$. Die Leukocyklitfarben und die Andreasberger Farben sind hierher zu rechnen.

---

[16]) Siehe Ambronn, a. a. O. Taf. II, Streifen 1.

Ist $\varphi < \beta$ so hat man übernormale Farben vor sich, während bei anormalen Farben beide Möglichkeiten $\varphi \gtrless \beta$ in einem Spektrum vorkommen.

Die so gekennzeichneten Eigentümlichkeiten in der spektralen Zerlegung der vier Interferenzfarbenskalen liefern einige Anhaltspunkte für die Auffindung der Farbenfolge, zu der eine beobachtete Interferenzfarbe gehört.

2. Berechnung der Intensitäten R, G, B der A. Königschen Grundempfindungen im normalen menschlichen Auge bei der Beobachtung der Interferenzerscheinungen an Apophylliten zwischen gekreuzten Nicols. (Tab. 15—19). — Mit Hilfe der Messungsresultate sind zunächst die Intensitäten R, G, B für mehrere Punkte der Interferenzerscheinungen, die man an den in Tab. 4 b und 13 (S. 34) gekennzeichneten natürlichen Keilen in Diagonalstellung im parallelstrahligen Licht oder an Apophyllitplatten (Tab. 4 a und 10—12, S. 28) im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols beobachtet. Nach den Beziehungen 3), 3 a) und 3 b) (S. 13) berechnen. Für Keile im parallelstrahligen Licht gilt:

$$14) \qquad R = \sum_{400}^{700} \lambda \; r \cdot \sin^2 \frac{\pi \, d \, (\varepsilon - \omega)}{\lambda} \cdot \Delta\lambda$$

analog für G und B, für Platten im konvergenten Licht:

$$15) \qquad R = \sum_{400}^{700} \lambda \; r \cdot \sin^2 \frac{\pi \, d \, (\varepsilon - \omega) \, \sin^2 i}{n \cdot \lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \cdot \Delta\lambda$$

analog für G und B.

Um in den Resultaten eine Genauigkeit von ca. 1 % zu erreichen, wurde nach dem Vorbilde von B. Trolle $\Delta\lambda = 10$ μμ gewählt. Die Werte für r, g, b lieferte die Königsche Tabelle 2 auf S. 11.

Die Werte $\varepsilon - \omega$ sind den nach Tab. 13 hergestellten Dispersionskurven durch graphische Interpolation und die Werte $(\varepsilon - \omega/\lambda)$ für die Platten I, II und IV den Tab. 9—11 entnommen. Da die Messung der Doppelbrechung in Platte III nicht möglich war, wurden hierfür die Werte verwandt, die sich bei den Messungen an Keilen im parallelstrahligen Licht für den der Platte III optisch gleichartigen Chromocyklit 10 (Tab. 13, S. 34) ergeben hatten.

Die für die Berechnung nötige Dispersion der mittleren Brechungsindizes n der Platten wurde nach $n = (2\omega + \varepsilon)/3$ aus Tab. 7 (S. 34) gefunden. Die Bestimmung der Werte R, G, B für die Interferenzerscheinungen an Apophyllitkeilen in Diagonalstellung im parallelstrahligen Licht wurde für alle Typen mit dem Keilwinkel $(111) : (\bar{1}\bar{1}1)$ $\alpha = 58^{\circ}\,56'$ durchgeführt, damit die Resultate direkt miteinander vergleichbar sind. Dabei wurde wie bei den Messungen der Doppelbrechungen in natürlichen Keilen die Dicke d durch den Abstand z des beobachteten Punktes von der Keilkante ersetzt nach der Beziehung (S. 35):

$$d = 2\, z\, \mathrm{tg}\, \frac{\alpha}{2}.$$

Um auch die Resultate der Berechnungen von R, G, B für die Interferenzerscheinungen an Platten der vier Haupttypen im konvergenten Licht miteinander vergleichen zu können, wurde für alle vier Typen eine gleiche Plattendicke $d = 2$ mm in der Rechnung angenommen.

Die Ergebnisse sind in Tab. 15—18 mitgeteilt. Dabei wurde der Radius r eines an Platten im konvergenten Licht beobachteten Interferenzringes aus dem halben Winkeldurchmesser i dieses Ringes und dem mittleren Brechungsindex n der Platte von der Dicke d (= 2 mm) berechnet nach:

$$r = \frac{d \cdot \sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}.$$

Tab. 15: Die Intensitäten der Königschen Grundempfindungen im normalen menschlichen Auge bei der Beobachtung der Interferenzerscheinungen an natürlichen Apophyllitkeilen in Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols im parallelstrahligen Licht.

a) Leukocyklit (2)				b) Apophyllit m. Andreasberger Farben (4)			
Abstand z in mm	B	G	R	Abstand z in mm	B	G	R
0,02	0,075	0,080	0,077	0,05	0,090	0,200	0,210
04	255	300	285	10	330	600	630
06	515	580	560	15	650	920	940
08	755	830	810	20	895	995	960
10	930	975	970	25	980	815	680
12	995	965	980	30	905	455	280
14	935	805	835	35	660	100	015
16	750	570	605	40	350	010	095
18	530	300	345	45	110	170	480
20	290	080	110	50	055	570	880
22	070	010	010	55	100	925	985
24	010	140	085	60	330	985	770
26	080	400	300	65	635	825	370
28	285	680	580	70	875	435	055
30	520	905	835	75	930	080	055
32	745	990	965	80	875	015	365
34	920	915	970	85	650	210	800
36	980	720	820	90	330	610	975
38	925	475	580	95	135	935	855
40	750	220	320	1,00	100	975	450
42	520	030	100	05	145	480	090
44	265	030	015	10	330	390	035
46	080	200	085	15	650	065	285
48	030	460	290	20	840	025	695
50	080	730	575	25	880	240	960
52	250	930	830	30	850	610	910
54	490	985	960	35	665	935	560

Tab. 16: Die Intensitäten der Königschen Grundempfindungen im normalen menschlichen Auge bei der Beobachtung der Interferenzerscheinungen an natürlichen Apophyllitkeilen in Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols im parallelstrahligen Licht.

a) Anormaler Chromocyklit (10)				b) Uebernormaler Chromocyklit (12)			
z in mm	B	G	R	z in mm	B	G	R
0,05	0,150	0,005	0,030	0,01	0,025	0,003	0,001
10	480	020	042	02	085	015	010
15	765	045	130	03	172	037	026
20	920	075	205	04	270	062	050
25	990	110	295	05	385	098	085
30	953	140	400	06	510	138	120
35	820	175	500	07	645	180	163
40	590	210	615	08	767	220	208
45	250	240	725	09	865	270	250
50	040	272	810	10	920	320	293
55	013	305	875	11	914	370	337
60	170	338	920	12	850	452	378
65	610	370	940	13	735	532	420
70	840	400	950	14	595	610	455
75	960	430	940	15	470	682	490
80	975	462	905	16	360	745	518
85	900	490	843	17	270	784	542
90	740	520	770	18	195	838	568
95	440	545	672	19	145	865	590
1,00	160	575	560	20	120	880	613
05	052	590	445	21	120	880	613
10	070	615	337	22	105	880	650
15	350	635	245	23	110	865	668
20	710	645	172	24	128	835	680
25	895	653	120	25	168	800	690
30	965	660	090	26	232	750	695

Tab. 17: Die Intensitäten der Königschen Grundempfindungen im normalen menschlichen Auge bei der Beobachtung der Interferenzerscheinungen an Apophyllitplatten im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols.

a) Leukocyklit (I)				b) Apophyllit mit Andreasberger Farben (II)			
Ringradius r in mm	B	G	R	Ringradius r in mm	B	G	R
0,05	0,002	0,005	0,005	0,05	0,001	0,002	0,005
10	015	017	017	10	002	010	012
15	030	038	038	15	005	020	024
20	060	070	069	20	012	034	050
25	120	125	125	25	020	070	074
30	208	240	230	30	043	117	125
35	400	475	448	35	090	100	212
40	640	710	689	40	165	345	365
45	832	900	882	45	265	500	535
50	979	996	998	50	390	665	065
55	985	890	925	55	535	813	840
60	810	630	675	60	680	938	960
65	530	300	350	65	680	938	960
70	230	040	068	70	910	990	940
75	012	080	030	75	970	893	805
80	140	480	380	80	976	707	560
85	520	908	826	85	905	450	280
90	870	963	987	90	755	202	080
95	975	638	740	95	470	053	012
1,00	750	220	320	1,00	350	010	095
05	360	012	030	05	155	085	336
10	013	434	280	10	070	355	740
15	250	935	830	15	050	755	946
				20	103	930	983
				25	252	990	863
				30	480	920	550

Tab. 18: Die Intensitäten der Königschen Grundempfindungen im normalen menschlichen Auge bei der Beob. der Interferenzerscheinung an Apophyllitplatten im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols.

a) Anormaler Chromocyklit (III)				b) Uebernormaler Chromocyklit (IV)			
Ringradius r in mm	B	G	R	Ringradius r in mm	B	G	R
0,1	0,005	0,001	0,002	0,025	0,002	0,000	0,000
0,2	022	003	007	050	006	001	000
0,3	070	009	021	075	008	002	000
0,4	215	027	047	100	010	003	001
0,5	545	062	085	125	013	004	001
0,6	785	110	140	150	020	005	002
0,7	945	170	220	175	038	007	005
0,8	988	240	327	200	067	012	006
0,9	875	325	460	225	105	023	010
1,0	590	400	620	250	157	035	020
1,1	120	472	770	275	217	050	032
1,2	015	539	872	300	285	068	048
1,3	430	600	932	325	360	090	070
1,4	880	652	952	350	440	120	093
1,5	978	690	911	375	530	148	125
1,6	830	721	810	400	633	180	160
1,7	280	750	633	425	740	223	200
1,8	015	771	425	450	840	265	240
1,9	350	783	250	475	915	310	283
2,0	894	790	120	500	935	370	330
2,1	910	785	085	525	880	440	373
2,2	425	768	260	550	728	530	420
				575	560	620	463
				600	410	710	500
				650	195	835	579
				700	195	885	625

Als Beispiel für das Verfahren von B. Trolle, nach dem die Werte R, G, B der Tab. 15—18 gewonnen wurden, sei die Berechnung der Intensität R der Königschen Grundempfindung Rot für $z = 0{,}15$ mm der Interferenzerscheinung an dem Apophyllitkeil 4 von Andreasberg mitgeteilt.

Nach 14) S. 42 wurde zunächst das Argument der Funktion

$$A = \frac{2\,\pi\,\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\,.\,z\,.\,(\varepsilon-\omega)}{\lambda}$$

für $\lambda = 400, 410, 420, \ldots 700$ $\mu\mu$ berechnet. Die hierbei verwendeten Werte $\varepsilon-\omega$, die der nach Tab. 13 konstruierten Dispersionskurve 4 entnommen sind, sind in Tab. 19 in der zweiten Kolonne angegeben.

Tab. 19: Berechnung der Intensität der Grundempfindung R für Z = 0,15 mm in der Interferenzerscheinung an dem natürlichen Apophyllitkeil 4 von Andreasberg im parallelstrahligen Licht in Diagonalstellung zwischen gekreuzten Nicols.

λ in $\mu\mu$	$\varepsilon-\omega$	A	lg J	100 r	$10^5\,R_\lambda$
400	0,00035	26° 42'	9,30510	0,28	57
410	044	34 19 12''	50226	0,61	194
420	054	39 13 30	60124	0,92	368
430	063	44 42	69440	1,20	594
440	071	49 13 30	75850	1,42	814
450	079	53 33 50	81108	1,42	919
460	086	57 2 80	84760	1,26	887
470	093	60 22 12	87826	1,00	756
480	099	62 55 30	89918	0,83	658
490	105	65 23 24	91728	0,94	777
500	111	68 2 40	93460	1,32	1135
510	117	70 —	94598	2,15	1900
520	123	72 10 12	95722	3,38	3263
530	128	73 41	96430	5,05	4850
540	133	75 9	97050	6,94	6484
550	138	77 5	97551	7,90	7570
560	143	77 54 40	98052	8,28	8017
570	148	79 13	98452	8,39	8198
580	153	80 29	98796	8,28	8154
590	157	81 11	98968	7,96	7773
600	162	82 23	99229	7,42	7489
610	166	83 2	99354	6,59	6699
620	170	84 9	99546	6,38	5324
630	175	84 27	99592	4,09	4251
640	179	85 15	99702	2,85	2831
650	183	85 54	99778	1,84	1830
660	187	86 26	99833	1,10	1096
670	191	86 58	99878	0,62	618
680	194	87 2	99884	0,29	289
690	197	87 45	99934	0,17	170
700	202	88 3	99950	0,06	60
					$\Sigma R' = R = 0{,}94025$

Dann wurde für jeden der so gewonnenen Werte A die Größe $\lg \sin^2 A = \lg I$ bestimmt.

Schließlich wurde aus diesen Werten $\lg I$ mit Hilfe der Werte r der Königschen Grundempfindungen für die Spektralfarben (Tab. 2) die Intensität R_λ der Königschen Grundempfindung Rot berechnet, die der Intensität I_λ der Lichtart von der Wellenlänge λ für $z = 0{,}15$ mm in der Interferenzerscheinung entspricht. Die Summe der R_λ ergab dann die Intensität R der Königschen Grundempfindung an der gegebenen Stelle der Interferenzerscheinung.

3. Kennzeichen der Kurven R, G, B für die Interferenzerscheinungen an optisch einachsigen, inaktiven, durchsichtigen Kristallen zwischen gekreuzten Nicols. — Die Kurven R, G, B der Figuren, die nach Tab. 15—16 die Intensitäten der Grundempfindungen R, G, B als Funktion des Abstandes z von der Keilkante darstellen, weichen in ihren höchsten und tiefsten Punkten mit zunehmender Ordnung von den Extremwerten $\int I r d\lambda = 1$ und Null ab. Die Ursache dafür liegt in der Veränderung des Wertes $(\varepsilon - \omega)/\lambda$ mit der Wellenlänge. Dies läßt sich mit Hilfe der nach Tab. 14 konstruierbaren Kurven gleichen Gangunterschiedes erklären (vgl. S. 38—40).

Ist der mittlere Neigungswinkel φ der Kurve des Gangunterschiedes $\Gamma = p \cdot \lambda$, der eine Funktion von $(\varepsilon - \omega)/\lambda$ ist, größer oder kleiner als 90^0, so entstehen zwischen den Intensitäten der Spektralfarben Unterschiede, die mit zunehmender Ordnung wachsen. Während eine Lichtart fehlt, haben die anderen in demselben Punkte bestimmte voneinander verschiedene Intensitäten, die bestimmte Beiträge R_λ, G_λ, B_λ zu den Intensitäten der Grundempfindungen liefern. Sind also die Intensitäten aller Spektralfarben in einem Punkte nicht gleichzeitig Null, so behalten R, G, B für alle Punkte der Interferenzerscheinung endliche Werte, R_{min}, B_{min}, G_{min}, die um so höher sind, je größer die Unterschiede zwischen den Intensitäten der Lichtarten sind,

d. h. je stärker die Neigung φ der Kurven gleichen Gangunterschiedes in der spektralen Zerlegung der Farben ist.

Hieraus ergibt sich, daß die Abweichung der Maxima und Minima der Werte R, G, B von den Extremwerten $I r d\lambda = 1$ und Null am größten für die Interferenzerscheinungen in den Chromocykliten sein muß, da die Dispersion der Doppelbrechung in diesen Kristallen am stärksten ist. Nahezu verschwindend klein ist die Abweichung der Werte B, G, R, von den Extremwerten bei dem Brucittypus, dessen Doppelbrechung der Wellenlänge proportional ist.

4. Berechnung der Interferenzfarben der vier Apophyllittypen (Tab. 20—23). — a) Leukocyklitfarben: In den Figuren, die die Intensitäten der Königschen Grundempfindungen R, G, B nach Tab. 15 a als Funktion des Abstandes z der beobachteten Stelle von der Keilkante für die Interferenzfarben an dem Leukocyklit 2 (Tab. 13) oder nach Tab. 17 a als Funktion des Radius r des beobachteten Interferenzringes an der untersuchten Apophyllitplatte I zwischen gekreuzten Nicols wiedergeben, weichen die Kurven mit zunehmender Ordnung nur wenig voneinander ab. Es müssen infolgedessen im Interferenzbilde abwechselnd helle und dunkle Streifen oder Ringe erscheinen. Beim Uebergang vom Dunklen zum Hellen besteht das aus dem Analysator tretende Licht aus einem Gemisch von Weiß, dessen Stärke der dreifachen Ordinate von B entspricht, mit Rot und Grün, das zusammen eine gelbgrüne Spektralfarbe ergibt. Die Intensität der Färbung wird durch den Ueberschuß von R und G über B bestimmt. Da diese Differenzen während des Anstiegs der Kurven beinahe konstant sind, wird der Saum des dunklen Streifens nahezu die gleiche Färbung behalten. Mit zunehmendem Abstand von der Keilkante tritt mehr Weiß hinzu, so daß das Ganze schließlich im Auge den Eindruck weißen Lichtes hervorruft. Ebenso kommt man zu dem Schluß, daß mit dem Abfall der Kurven zunehmend Blauviolett auftreten muß. Dann folgt eine von Punkt zu Punkt wechselnde

Färbung von sehr geringer Intensität, die dem Auge als dunkler Streifen erscheint, und die Farbenfolge beginnt von neuem. Da in den höheren Ordnungen die Kurven sich mehr voneinander trennen, wird die Menge des zur Spektralfarbe hinzutretenden weißen Lichtes geringer, d. h. die Färbung wird intensiver.

Die gewöhnlichen Leukocyklitfarben sind demnach der Farbenfolge ähnlich, die H. Ambronn bei den Mischkristallen aus Strontium- und Bleidithionat beobachtet und in seiner Taf. II unter 3 dargestellt hat.

Die Farben, die man am Rande der dunklen Interferenzstreifen beobachtet, sind nach dem S. 8 angegebenen Verfahren aus Tab. 15 a (S. 44) berechnet worden (Tab. 20).

Tab. 20: Den Leukocyklitfarben an dem Apophyllit von Hestoë (Nr. 2, Tab. 4 b und 13) entsprechende Spektralfarben.

Streifen oder Ring	z in mm	r in mm	B	G	R	B – G / R – G	G – B / R – B	Spektralfarbe
I	0,18	0,65	0,530	0,300	0,345	5,1		415 μμ
	0,26	0,79	0,080	0,400	0,300		1,35	560 μμ
II	0,40	1,00	0,750	0,220	0,320	5,3		415 μμ
	0,50	1,14	0,800	0,730	0,575		1,31	562 μμ

z gilt für das parallelstrahlige, r für das konvergente Licht.

Hieraus geht hervor, daß die gelbgrüne Farbe den Wellenlängen 560—562 μμ entspricht, während die blauviolette als Lichtart von der Wellenlänge 415 μμ bestimmt ist. Ferner zeigt Tab. 20, daß die Spektralfarben der Interferenzerscheinung sich mit zunehmender Ordnung wenig ändern und daß sie annähernd übereinstimmen mit den Angaben von B. Trolle (S. 13): 570 μμ für die gelbgrüne Färbung und 450 μμ für die blauviolette. Der Unterschied erklärt sich daraus, daß die Doppelbrechung der Leukocyklitplatte von B. Trolle stärker war wie die der hier untersuchten Präparate.

b) Brucitfarben: Würde die Differenz zwischen den Kurven R, G, B vollständig verschwinden, so müßten abwechselnd ungefärbte weiße und schwarze Interferenzstreifen auftreten. Wie sich aus den Kurven gleichen Gangunterschiedes (vgl. S. 37) ergibt, trifft dies für den Brucittypus zu. Denn da zwischen den Intensitäten der Lichtarten in den Brucitfarben kein wesentlicher Unterschied besteht, können auch die Kurven R, G, B nicht voneinander abweichen. Es werden Interferenzstreifen entstehen, wie sie H. Ambronn in Taf. II unter 2 dargestelit hat.

c) Andreasberger Farben: Den Uebergang von den Lokocykliten zu den reinen Chromocykliten bilden die Apophyllite mit schwächerer, für das ganze sichtbare Spektrum noch positiver Doppelbrechung. An diesen Apophylliten beobachtet man die Andreasberger Farben.

Wie schon die Kurven gleichen Gangunterschiedes (vgl. S. 39) für einen Apophyllit mit Andreasberger Farben zeigen, sind die Unterschiede der Intensitäten der Lichtarten in dieser Farbenfolge weit größer als bei den Leukocykliten. Infolgedessen trennen sich auch die Kurven R, G, B in den Figuren, die sich aus Tab. 15 b und 17 b ergeben. Die Interferenzstreifen sind daher gefärbt. Der Uebergang von Dunkel zu Hell in der ersten Ordnung beginnt mit einer mattgelben Färbung, die mit zunehmendem Abstand von der Keilkante von dem weißen Licht, dessen Menge gleich 3 G ist, überstrahlt wird. Da beim Abfall der Helligkeit die B-Kurve die anderen weit überragt und die hinzutretende Menge weißen Lichtes nur sehr gering ist, erscheint Blau, das über einen schmalen violetten Streifen zu Rot übergeht, denn es dominiert jetzt die R-Kurve. Dann folgt, veranlaßt durch den nahezu gemeinsamen Höhepunkt der R- und der G-Kurve eine gelbliche Färbung, an die sich wieder Blau und Rot anschließen. Das Gelb im Helligkeitsmaximum wird intensiver und mischt sich mit zunehmender Ordnung dem Blau und Rot bei, wodurch diese zu Grün und Orange werden.

Auch diese Farbenfolge hat Ambronn in Taf. II Streifen 5 dargestellt.

Die nach dem S. 12 angegebenen Verfahren berechneten Lichtarten des Spektrums, die diesen Interferenzfarben entsprechen, sind in Tab. 21 mitgeteilt. Mit zunehmender Ordnung mischt sich ein intensiveres Gelb der ganzen Farbenfolge bei, so daß sowohl die Wellenlänge für das Blau, als auch die für das Rot mehr nach denen des grünen Spektralgebiets verlegt werden.

Tab. 21: Den Andreasberger Farben an dem Apophyllit von Andreasberg (4, Tab. 4 b und 13) bzw. Platte II von Guanajuato (Tab. 4 a) entsprechende Spektralfarben.

Streifen oder Ring	z in mm	r in mm	B	G	R	B—R / G—R	R—B / G—B	Spektralfarben in μμ
I	0,35	0,93	0,660	0,100	0,015	7,6	—	482
Heller	0,45	1,70	0,110	0,170	0,480	—	6,17	680
Zwischen-	0,55	1,20	0,100	0,925	0,985	—	1,07	580
raum	0,70	1,39	0,875	0,435	0,055	1,86	—	495
II	0,90	—	0,330	0,610	0,975	—	2,3	611

z für das parallelstrahlige, r für das konvergente Licht.

d) Anormale Chromocyklitfarben: Mit abnehmender Doppelbrechung trennen sich die Farbenkurven weiterhin voneinander. Wird der Kristall für eine Lichtart isotrop, deren Wellenlänge Abscisse des höchsten Punktes einer der Königschen Grundempfindungskurven für das Spektrum weißen Lichtes (vgl. Tab. 2) ist, so erscheint die dieser Kurve entsprechende Farbe erst in den höheren Ordnungen. Wie die Interferenzfarben mit abnehmender Doppelbrechung wechseln, zeigen die Streifen 6 und 7 in Taf. II von Ambronn. Beispiele für diese anormale Farbenfolge liefern ein Apophyllit von Orawicza (Nr. 10, Tab. 13, S. 34)

und die ihm optisch gleiche Apophyllitplatte III von Utoë. Beide sind für Gelbgrün isotrop. Wie die hierfür berechneten Intensitäten R, G, B der Königschen Grundempfindungen (Tab. 16 a und Tab. 18 a) zeigen, beginnt die Farbenfolge mit Blau, das durch Violett in Rot übergeht. Dann erst folgt zusammen mit vielem weißen Licht Grün, dem etwas Blau und Rot beigemischt sind. Mit Weiß höherer Ordnung endet die Farbenfolge. Streifen 8 der Ambronnschen Tafel stellt sie ungefähr, wenn auch von der 2. Ordnung ab in matteren Farben, dar. Welchen Lichtarten diese anormalen Interferenzfarben nach der Königschen Tabelle entsprechen, ersieht man aus Tab. 22.

Tab. 22: Den anormalen Chromocyklitfarben an dem Apophyllit von Orawicza (Nr. 10, Tab. 4 b und 13) oder Platte III von Utoë entsprechende Spektralfarben.

z in mm	r in mm	B	G	R	G–B / R–G	R–B / G–B	G–R / B–R	B–R / G–R	Spektralfarben in μμ
0,25	0,78	0,990	0,225	0,295	9,93	—	—	—	425
0,55	1,18	0,013	0,537	0,875	—	1,64	—	—	600
1,10	1,85	0,070	0,774	0,337	—	—	2,7	—	500
1,30	2,04	0,965	0,790	0,080	—	—	—	1,25	495

z für das parallelstrahlige, r für das konvergente Licht.

e) Uebernormale Chromocyklitfarben: Mit zunehmender negativer Doppelbrechung nähern sich die Kurven R, G, B wieder einander. Daher treten wieder alle Farben schon in den ersten Ordnungen auf. Beispiele dieser Farbenfolge liefern die Vorkommen von Guanajuato (Tab. 13, S. 34, Nr. 12) und von New Almaden (Platte IV). Wie aus dem Verlauf der nach Tab. 16 b und 18 b konstruierten Kurven R, G, B der Königschen Grundempfindungen für ihre Interferenzerscheinungen zu entnehmen ist, müssen nacheinander Blau, Blaugrün und Grün er-

scheinen. Dann folgt eine schwach rötliche Färbung, die allmählich in mattes Violett übergeht. Diesen Farben kommt in der Ambronnschen Tafel der Streifen 9 gleich. Ihnen entsprechen die Spektralfarben, die durch Vergleich mit der Königschen Tabelle gefunden sind (Tab. 23).

Tab. 23: Den übernormalen Chromocyklitfarben an dem Apophyllit von Guanajuato (Nr. 12, Tab. 4 b und 13) oder Platte IV von New-Almaden (Tab. 4 a und 11) entsprechende Spektralfarben.

z in mm	r in mm	B	G	R	B—R / G—R	G—B / R—B	R—B / G—B	Spektralfarben in μμ
0,10	0,475	0,920	0,320	0 209	13,2	—	—	480
0,16	0,610	0,360	0,740	0,520	—	2,37	—	527
0,21	0,700	0,110	0,890	0,630	—	1,46	—	552
0,29	0,830	0,540	0,580	0,700	—	—	4,00	640

z für das parallelstrahlige, r für das konvergente Licht.

5. Uebersicht über die an Apophylliten möglichen Farbenfolgen. (Tab. 24). — Wie ein Vergleich der nach Tab. 15—18 konstruierten Figuren zeigt, sind die Reihenfolge und die gegenseitigen Abstände der Kurven R, G, B maßgebend für die Farbenfolge. Einen Maßstab hierfür liefern die Abstände z der ersten Minima der Kurven von der Keilkante. Die zu jeder Dispersion der Doppelbrechung gehörenden drei Werte z bestimmen die Lage der ersten Minima der Kurven und damit die Farbenfolge.

Da die Dispersion $(\varepsilon-\omega)$ violett — $(\varepsilon-\omega)$ rot für alle Apophyllite nahezu gleich groß ist, so wird ein Apophyllit schon hinreichend durch die Stärke der Doppelbrechung $\varepsilon-\omega$ im Na-Licht gekennzeichnet, die deshalb als Vergleichsgröße verwendet werden soll (Tab. 24).

Tab. 24: Lage der ersten Minima der Intensitäten R, G, B der Königschen Grundempfindungen in den Interferenzerscheinungen an natürlichen Apophyllitkeilen im parallelstrahligen Licht zwischen gekreuzten Nicols.

	$(\varepsilon-\omega)_{Na}$	z des ersten Minimums der Kurven R, G, B		
		für R_{min} in mm	für G_{min} in mm	für B_{min} in mm
a	+0,0042	0,110	0,110	0,112
b	237	0,220	0,215	0,240
c	157	0,360	0,395	0,500
d	060	0,980	1,340	2,200
e	007	1,350	2,600	0,530
f	−0,00067	0,580	0,420	0,220
g	120	0,440	0,275	0,155

Als Beispiel für die Methode, nach dem man z näherungsweise ermitteln kann, seien hier die Werte z der Tab. 24 für die ersten Minima der R-Kurven herangezogen. — Der Wert a in Tab. 24 wurde folgendermaßen gewonnen. Dafür $(\varepsilon-\omega)_{Na} = 0{,}0042$ die Kurve des Gangunterschiedes $I' = \lambda$, die mit der Kurve der Intensität Null identisch ist (vgl. Tab. 14 a, S. 36), nahezu eine vertikale Grade ist, so sind die Abstände z der ersten Intensitätsminima aller Spektralfarben von der Keilkante nahezu gleich. Die Kurven R, G, B werden demnach für dasselbe z die ersten Minima haben wie die Intensitätskurven für die Lichtarten, deren Wellenlängen zu den Maximalwerten $r_{max.}$, $g_{max.}$, b_{max} der Königschen Grundempfindungen im Spektrum des weißen Sonnenlichtes (vgl. Tab. 2) gehören. Diese Werte z wurden daher nach der Formel S. 35

$$z = \frac{\lambda}{2\ tg\frac{\alpha}{2}\ (\varepsilon-\omega)}$$

berechnet. — Die Werte b, c, e und f wurden den nach Tab. 15—16 konstruierten Figuren entnommen. — Die Werte d und g wurden folgendermaßen gewonnen. Die Intensitäten R, G, B wurden nach 2) S. 9 für die Werte von z bestimmt, für die ein Minimum von

R, G, B nach den aus den Werten a, b, c, e, f als Funktion der variablen Doppelbrechung $(\varepsilon-\omega)_{Na}$ gebildeten Kurven zu erwarten war. Die Werte z der kleinsten der so gefundenen R, G, B sind die gesuchten für Rmin, Gmin, Bmin. Beispiel für den Punkt d: z = 1,2 1,3 1,4 mm
R = 0,182 0,080 0,103.
Folglich ergibt sich für Rmin = 0,78 durch Interpolation der Wert z = 1,34 mm.

Die Ordinaten der extremsten Punkte R, G, B in der nach Tab. 24 konstruierten Figur sind die Werte $(\varepsilon-\omega)_{Na}$ der nach Tab. 13 konstruierten Dispersionskurven, die bei den Wellenlängen von r_{max}, g_{max}, b_{max} in der nach Tab. 2 konstruierten Figur die Nullinie schneiden.

Da die Reihenfolge der Kurven R, G, B die Farbenfolge bedingt, so gibt Tab. 24 eine Uebersicht über alle Interferenzfarbenskalen, die man an Apophylliten beobachten kann. Wie sie zeigt, fallen die Kurven R, G, B für $(\varepsilon-\omega)_{Na} = 0{,}0040$ zusammen. Diese Stärke der Doppelbrechung ruft also in Apophyllitkeilen im parallelstrahligen Licht zwischen gekreuzten Nicols die reine Brucitfärbung der Interferenzstreifen hervor, die selten beobachtet wird und dann meist nur der höchsten bisher wahrgenommenen Doppelbrechung $(\varepsilon-\omega)_{Na} = 0{,}0030$ als Uebergangsstadium vom Leukocyklittypus zum Brucittypus entspricht. An Apophylliten mit $(\varepsilon-\omega)_{Na} = 0{,}0030$ bis 0,0022 treten Leukocyklitfarben auf, da die Kurven R, G, B wie bei den Leukocyklitfarben aufeinander folgen. Mit abnehmender Doppelbrechung bis $(\varepsilon-\omega)_{Na} = 0{,}0010$ ungefähr erscheinen die Andreasberger Farben. Hierauf folgen die Chromocyklite mit den anormalen und schließlich jene mit den übernormalen Interferenzfarben.

An der Hand der nach Tab. 24 konstruierten Figur kann man die Abstände z der ersten Minima der Intensitäten R, G, B der Königschen Grundempfindungen bestimmen, die ein normales menschliches Auge bei der Beobachtung der Interferenzfarbenfolge in einem natürlichen Keil eines Apophyllit haben würde,

dessen Doppelbrechung $(\varepsilon-\omega)_{Na}$ bekannt ist. Aus diesen Werten z lassen sich die Intensitäten der Grundempfindungen graphisch angenähert ermitteln und die Spektralfarben berechnen, die in ihrer Wirkung auf das normale menschliche Auge den Interferenzfarben in dem Apophyllitkeil gleichkommen.

Zusammenfassung.

Ziel der Arbeit ist, quantitativ die Beziehungen der Dispersion der Doppelbrechung zu den Interferenzfarbenfolgen im polarisierten Licht an den Apophyllittypen festzustellen.

Nach einer historischen Uebersicht der Fortschritte in den Arbeiten von C. Klein, C. Hlawatsch, B. Trolle und H. Ambronn, die unter anderem die Untersuchung der Interferenzfarben mehrerer den Apophyllitfarben ähnlicher Farbenfolgen zum Ziel haben, wird die Abhängigkeit der Interferenzfarben an optisch einachsigen, inaktiven, durchsichtigen Kristallplatten und -Keilen im polarisierten Licht von der Dispersion der Doppelbrechung untersucht und die Beziehungen derselben zu den vier Beckeschen Farbenskalen angegeben. (I).

Die Berechnung der Interferenzfarben, die an den vier Apophyllittypen Leukocyklit, Apophyllit mit Andreasberger Farben, anormaler und übernormaler Chromocyklit — zwischen gekreuzten Nicols auftreten, geschieht nach der Methode von B. Trolle mit Hilfe der Spektralfarbentabelle von A. König, Tab. 2.

Bei der Auslese des Untersuchungsmaterials, das die Vorkommen von Faroër, Guanajuato, Utoë, New-Almaden, Hestoë, Lake Superior, Andreasberg und Orawicza umfaßt (S. 20, Tab. 4 a—b) wird durch Bilder, die Apophyllitkristalle im parallelstrahligen Licht in Diagonalstellung

zwischen gekreuzten Nicols senkrecht zur optischen Achse gesehen wiedergeben, gezeigt, daß viele Apophyllite von Guanajuato aus einem für alle Lichtarten optisch positiven Kern mit einer für alle Lichtarten optisch negativen Außenschicht bestehen. (II).

Die zur Farbenberechnung nötigen Hauptbrechungsindizes und deren Differenz werden an Apophylliten der genannten Fundorte für das sichtbare Gebiet des Spektrums gemessen.

Die Dispersion der Hauptbrechungsindizes in Apophyllitplatten von Faroër (Leukocyklit), Guanajuato (Apophyllit mit Andreasberger Farben), Utoë (anormaler Chromocyklit) und New-Almaden (übernormaler Chromocyklit) wird nach der Totalreflexionsmethode unter Anwendung einer besonderen Schutzvorrichtung beim Abblenden bestimmt. (II, 2). Dabei stellte sich heraus, daß die Hauptbrechungsindizes der Apophyllite mit wachsender positiver Doppelbrechung abnehmen.

Die Dispersion der Doppelbrechung in diesen Platten wird aus den Winkeldurchmessern der dunklen Interferenzringe in einfarbigem konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols bestimmt. (II, 3).

Ferner wird die Dispersion der Doppelbrechung in natürlichen Keilen, die von zwei Pyramidenflächen gebildet werden, für Apophyllite von Hestoë, Lake-Superior (Leukocyklite), Andreasberg, Guanajuato (Andreasberger Farben und übernormale Chromocyklitfarben) und Orawicza (anormale Chromocyklitfarben) im parallelstrahligen Licht zwischen gekreuzten Nicols für das sichtbare Spektrum bestimmt. Dabei ergibt sich, daß die Kernsubstanz vieler Apophyllite von Guanajuato eine schwach positive Doppelbrechung besitzt, die den Andreasberger Farben entspricht, während die übernormalen

Chromocyklitfarben eine Folge der für alle Lichtarten negativen Doppelbrechung der Außenschicht sind. (II, 4).

Dann werden die Kurven gleichen Gangunterschiedes $\Gamma = p.\lambda$, ($p = 1, 2 \ldots$), dargestellt, die bei der spektralen Zerlegung der Interferenzfarbentypen an natürlichen Apophyllitkeilen als dunkle Linien beobachtet werden. An der Hand dieser Figuren, die Beispiele für die spektrale Zerlegung der unternormalen Farbenfolgen (Brucitfarben, Leukocyklitfarben und Andreasberger Farben), der anormalen (anormale Chromocyklitfarben) und übernormalen Farben (übernormale Chromocyklitfarben) bieten, werden folgende Beziehungen zwischen den Farbenfolgen und der mittleren Neigung φ der dunklen Linien gegen die z-Achse in ihrem Bewegungsspektrum festgestellt. Wird der Neigungswinkel der dunklen Linien im Beugungsspektrum der normalen Farben gegen die positive Abscissenachse, auf der die Abstände z von der Keilkante abgetragen werden, mit β bezeichnet, so ergibt sich für die Beckeschen Farbenskalen:

$\varphi < \beta$: übernormale Farbenfolge;

$\varphi = \beta$: normale Farbenfolge;

$\varphi \begin{cases} < \beta \\ = \beta \\ > 90^0 > \beta \end{cases}$ in einem Spektralbilde: anormale Farbenfolgen;

$\varphi > 90^0$: unternormale Farbenfolge.

Bei den unternormalen Farben könnte man noch zwei Arten unterscheiden: Erste Art: $\varphi < 90^0$, Beispiel: Andreasberger Farben, Leukocyklitfarben, Brucitfarben; zweite Art: $\beta < \varphi < 90^0$, Beispiel: Die Farbenfolgen, die H. Ambronn an den reinen Strontiumdithionatkristallen im polarisierten Licht beobachtete (III, 1).

Mit Hilfe der Werte der Doppelbrechung werden sodann nach der Methode von B. Trolle die Intensitäten R, G, B der A. Königschen Grundempfindungen im normalen menschlichen Auge bei der Beobachtung der Interferenzerscheinungen an natürlichen Keilen der vier Apophyllittypen im parallelstrahligen Licht oder an Platten im konvergenten Licht zwischen gekreuzten Nicols berechnet.

Diese Werte R, G, B werden als Funktion des Abstandes der beobachteten Stelle von der Keilkante oder als Funktion des Radius des beobachteten Interferenzringes dargestellt (III, 2).

Die Abweichung der so entstandenen Kurven, G, R, B, von den Extremwerten $\int \text{Ird}\lambda = 0$ oder $= 1$ wird durch die Stärke der Dispersion der Doppelbrechung hervorgerufen (III, 3). Mit Hilfe der A. Königschen Spektralfarbentabelle werden aus diesen Werten R, G, B die Spektralfarben berechnet, deren Eindruck auf das menschliche Auge dem der Interferenzerscheinungen an den vier Apophyllittypen gleicht (III, 4).

Die Lage der ersten Minima der Kurven R, G, B zueinander ist maßgebend für die Farbenfolge. Daher werden für mehrere Farbenfolgen an Apophylliten, die durch die Doppelbrechung im Na-Licht $(\varepsilon - \omega)_{Na}$ gekennzeichnet werden, die Lagen der ersten Minima der R-, G- und B-Kurven berechnet und als Funktion von $(\varepsilon - \omega)_{Na}$ dargestellt. Sie ermöglichst es, eine Uebersicht über alle Farbenfolgen zu erhalten, die man an Apophylliten beobachten kann (III, 5).

Die Resultate der Untersuchung gelten auch für alle Kristalle, deren Dispersion der Doppelbrechung einer der an Apophylliten beobachteten gleicht, z. B. für die Mischkristalle aus Strontium- und Bleidithionat, für Vesuviane und andere.

Die vorliegende Arbeit führte ich auf Anregung des Herrn Geheimen Bergrates Prof. Dr. Th. Liebisch im Mineralogisch-petrographischen Institut der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin aus. Es sei mir gestattet, auch an dieser Stelle meinem hochverehrten Lehrer für die stete freundliche Unterstützung bei dieser Arbeit sowie für die Ueberlassung des wertvollen Materials zur Ausführung der Messungen meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Auch Herrn Prof. Dr. Belowsky danke ich für seine liebenswürdige Bereitwilligkeit, mit der er mir nicht nur bei der Beschaffung des Materials zu dieser Arbeit behilflich war.

Herrn Willy Berger-Magdeburg bin ich für die freundliche Anfertigung der Photographien Taf. I—II zu großem Dank verflichtet.

Berlin, Min.-petr. Institut der Universität, Oktober 1915.

Lebenslauf.

Am 2. März 1892 wurde ich, Alfred Karl Rudolf Wenzel, evangelischer Konfession, als Sohn des Lithographen Bernhard Wenzel zu Nieder-Schönhausen bei Berlin geboren. Von meinem 6. Lebensjahre ab besuchte ich das von Saldernsche Realgymnasium zu Brandenburg a. H., wohin meine Eltern übergesiedelt waren. Ostern 1911 bestand ich die Reifeprüfung an derselben Anstalt. Darauf studierte ich von Ostern 1911 bis Ostern 1915 Mathematik und Naturwissenschaften an der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin. Die Promotionsprüfung bestand ich am 16. Dezember 1915.

An den Vorlesungen und Uebungen folgender Herren Dozenten nahm ich teil:

Belowsky, Blasius, Dessoir, Diels, Erdmann, E. Fischer, Förster, Franck, Frischeisen-Köhler, Frobenius, Gabriel, Goldschmidt, Henning, † Hettner, † Knoblauch, Knopp, Kohlenschütter, Koppel, Krigar-Menzel, Kuntze, Lasson, † Lehmann-Filhès, Liebisch, Neuhauß, Planck, Rubens, Ad. Schmidt, F. J. Schmidt, Schottky, H. A. Schwarz, Stremme, Stumpf, Traube, Vierkandt, Virchow, v. Wartenberg, Wehnelt, Weinstein.

Allen meinen verehrten Lehrern bin ich zu großem Dank verpflichtet, für die stete Förderung meiner mineralogischen Studien besonders Herrn Geheimen Bergrat Prof. Dr. Th. Liebisch, unter dessen Leitung die vorliegende Arbeit ausgeführt wurde.

Seit August 1914 unterrichte ich als Vertreter an den vereinigten Gymnasien zu Brandenburg a. H.